УДК 519.711

Б. І. МОКІН, , А. В. ПИСКЛЯРОВА, О. Б. МОКІН

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ САМОСТІЙНОГО ЗАСВОЄННЯ СТУДЕНТОМ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ У МІЖЛЕКЦІЙНИЙ ПЕРІОД

Анотація. Досліджено процес самостійного засвоєння студентом навчальної дисципліни у міжлекційний період і побудована математична модель цього процесу.

Ключові слова: студент, навчальна дисципліна, синергетичний ефект, математична модель.

Аннотация. Исследован процесс самостоятельного усвоения студентом учебной дисциплины в межлекционный период и построенная математическая модель этого процесса.

Ключевые слова: студент, учебная дисциплина, синергетический эффект, математическая модель.

Abstract. Investigated a process of the independent mastering of educational discipline between lectures by the student and built mathematical model of this process.

Key words: student, educational course, synergetic effect, mathematical model.

Постановка задачі і вихідні передумови

В роботі [1] з використанням тижневої «кривої забування» Г. Еббінгауза [2, 3], яка у вигляді таблиці може бути задана і так нами досліджено вплив синергетичної складової математичної моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни.

Таблиця 1

t (години)	0	2	12	24	72	144	156	166	168
x_1 (%)	100	85	40	34	25	20	19	18,2	18

Дослідження здійснено з використанням результатів, отриманих в роботі [4], у якій ця математична модель синтезована у вигляді трьох пар нелінійних диференціальних рівнянь, із яких для дослідження впливу синергетичної складової було використане лише одне диференціальне рівняння, а саме:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\alpha_{11}x_1 + \alpha_{12}x_1x_2 \ , \tag{1}$$

де α_{11} – параметр, що характеризує ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого в аудиторії з викладачем, α_{12} – параметр, що характеризує синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу в аудиторії з викладачем та самостійно, а x_1, x_2 – фазові координати , що задають у відносних одиницях ступінь засвоєння студентом програми навчальної дисципліни відповідно на заняттях в аудиторії з викладачем та самостійно, для яких виконуються умови:

$$x_1 = \frac{X_1}{X}, x_2 = \frac{X_2}{X} \ , \tag{2}$$

$$\begin{cases} x_1 \le 1, \\ x_2 \le 1, \end{cases} \tag{3}$$

$$x_1 + x_2 \le 1 \tag{4}$$

де X – це та кількість знань , яку може мати студент, засвоївши протягом визначеного терміну часу T усі розділи програми певної навчальної дисципліни, X_1 – це така кількість знань з даної навчальної дисципліни, яку студент отримує від викладача підчас аудиторних занять, а X_2 – це та кількість знань з даної дисципліни, яку студент засвоює, самостійно вивчаючи певні розділи програми.

В результаті співставлення розв'язків диференціального рівняння (1) та похідного від нього диференціального рівняння без синергетичної складової $\alpha_{12}x_1x_2$ у роботі [1] показано, що процес засвоєння студентом програми навчальної дисципліни у міжлекційний період 10-тижневого триместру з однією лекцією на кожному тижні не затухає до нуля у кінці першого періоду після першої лекції, а у пам'яті студента згідно з «кривою забування» Г. Еббінгауза залишається через тиждень після прослуховування лекції (тобто, через 168 годин) 18 % від тієї кількості знань, які він отримав на цій лекції. І тому цей процес може бути описаний функцією, що має вигляд:

$$x_1(t) = 10e^{(-\alpha_{11}+\alpha_{12}x_2)t}, \tag{5}$$

у якій

$$\begin{aligned} \alpha_{11} &= 0,08013, \\ \alpha_{12}x_2 &= 0,06980 \end{aligned} \tag{6}$$

Таблиця 1 та співвідношення (1) – (6) задають першу вихідну передумову, необхідну для розв'язання задачі синтезу математичної моделі процесу самостійного засвоєння студентом навчальної дисципліни у міжлекційний період, яку ми ставимо перед собою у даній роботі.

В якості другої вихідної передумови використаємо побудовані нами у роботі [1] графіки можливих траєкторій процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни протягом 10-тижневого триместру, приведені на рис. 1, на якому цифрою 1 позначено графік процесу засвоєння ним цієї навчальної дисципліни у вигляді «сходинкової кривої» для випадку, якби студент в міжлекційний період нічого не забував, цифрою 2 позначено графік процесу засвоєння ним цієї навчальної дисципліни у вигляді «пилкоподібної кривої» , яка мала б місце в разі «чистого забування», а цифрою 3 позначено графік процесу засвоєння студентом цієї навчальної дисципліни у вигляді іншої «пилкоподібної кривої», яка має місце згідно з «кривою забування» Г. Еббінгауза.

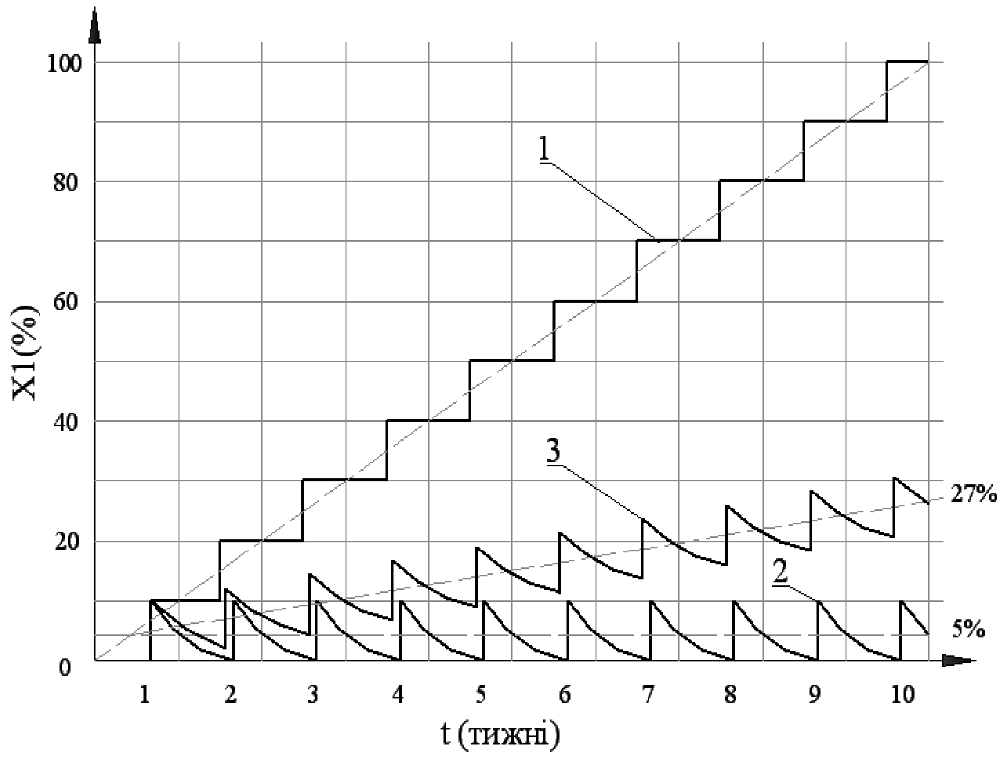

Рисунок 1 – Графіки можливих траєкторій процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни протягом 10-тижневого триместру

А в якості третьої вихідної передумови використаємо ще одне із синтезованих у роботі [4] трьох пар нелінійних диференціальних рівнянь, а саме:

$$\frac{dx_2}{dt} = -\alpha_{22}x_2 + \alpha_{21}x_1x_2 + \beta_{22}x_2, \tag{7}$$

де α_{22} – параметр, що характеризує ступінь забування студентом матеріалу навчальної дисципліни, вивченого самостійно, α_{21} – параметр, що характеризує синергетичний вплив одна на одну складових процесу засвоєння студентом навчального матеріалу в аудиторії з викладачем та самостійно, а параметр β_{22} характеризує ступінь засвоєння студентом нових знань підчас самостійної роботи у міжлекційний період.

Розв'язання задачі

Дослідимо, за яких умов графік процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни протягом триместру буде наближатись до «сходинкової кривої», позначеної на рис.1 цифрою 1 – адже лише у цьому випадку у кінці триместру студентом буде повністю засвоєна програма цієї навчальної дисципліни.

Оскільки, як показано в роботі [1], у перший міжлекційний період цей процес описується експоненціальною функцією (5), для якої справедливими є умови (6), то легко бачити, що із цієї експоненти наблизитись до «сходинки», для якої повинна виконуватись рівність

$$x_1(t) + x_2(t) = 10(\%) \quad , \tag{8}$$

без додаткової генерації складової $x_2(t)$, що характеризує процес самостійного вивчення студентом навчальної дисципліни у цей міжлекційний період, не можна. Але, перш ніж перейти до синтезу закону формування цієї складової і його математичної моделі, звернемо спочатку увагу на те, що , як витікає із умови (6), справедливим є наступний вираз –

$$\alpha_{12} = \frac{0,06980}{x_2} \tag{9}$$

А тепер знайдемо значення x_2 та α_{12} для усіх значень x_1 із таблиці 1, починаючи з другого і закінчуючи шостим, скориставшись тим, що для усіх , визначених у таблиці 1, точок першої міжлекційної «сходинки» на графіку 1 (рис.1) справедливою є рівність (8), а x_2 та α_{12} зв'язані між собою рівнянням (9). Знайдені значення x_2, α_{12} приведені у таблиці 2.

Таблиця 2

t (години)	2	12	24	72	144	156	166
$x_1(\%)$	8,5	4,0	3,4	2,5	2,0	1,9	1,82
$x_2(\%)$	1,5	6,0	6,6	7,5	8,0	8,1	8,18
α_{12}	0,04653	0,01163	0,01057	0,00931	0,00872	0,00861	0,00853

А на рис. 2 зображено графік залежності $\alpha_{12} = f(x_2)$, заданої таблицею 2.

Із цього графіку видно, що з ростом кількості знань x_2 , засвоєних студентом самостійно, значення коефіцієнта синергетики α_{12} зменшуються, що повністю співпадає з відомим з мікроекономіки [5] законом спадної граничної корисності у разі, якщо цю кількість знань розглядати як «благо», яке студент отримує в процесі вивчення навчальної дисципліни.

Хоча усі викладки ми здійснювали для першого міжлекційного періоду, очевидно, що вони будуть справедливими і для усіх інших

Отже, ми встановили, яку кількість знань у міжлекційний період студент повинен засвоїти самостійно для того, щоб перетворити експоненту у «сходинку». Тож тепер перейдемо до розгляду питання , якою повинна бути модель цього самостійного засвоєння. Для цього спочатку, вважаючи x_1 параметром, проінтегруємо (в межах від моменту часу t_n – початку самостійного вивчення навчальної дисципліни до *t)* диференціальне рівняння (7), представивши його у вигляді:

$$\frac{dx_2}{x_2} = (-\alpha_{22} + \alpha_{21}x_1 + \beta_{22})dt \quad , \tag{10}$$

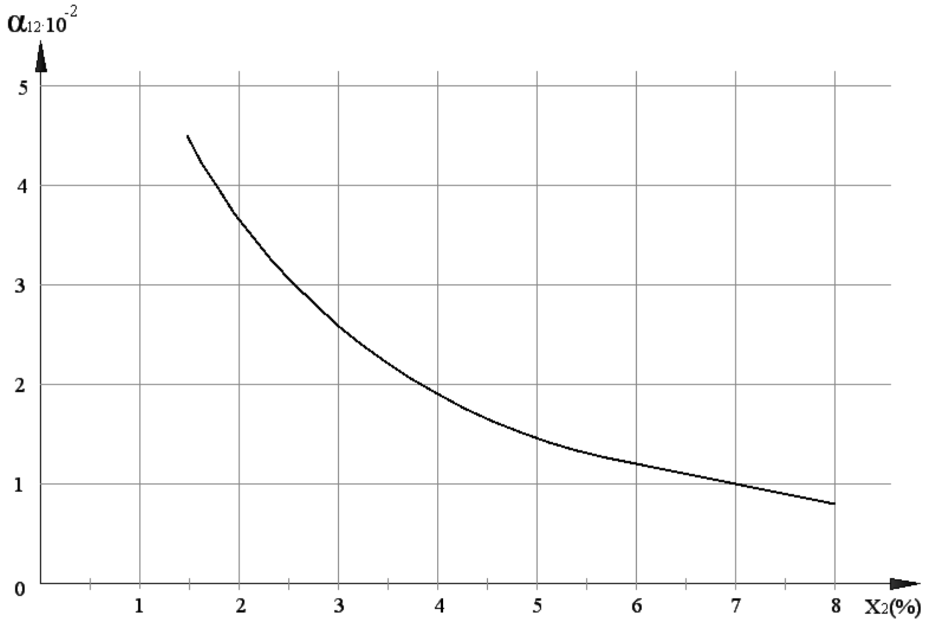

Рисунок 2 – Графік залежності коефіцієнта синергетики α_{12} від відносної кількості знань x_2 , засвоєних студентом самостійно, побудований згідно з «кривою забування» Г. Еббінгауза

В результаті інтегрування отримаємо:

$$x_2(t) = x_2(t_n)e^{(-\alpha_{22}+\alpha_{21}x_1+\beta_{22})(t-t_n)} \tag{11}$$

Очевидно, що ця експонента у момент часу t_K дістанеться до «сходинки» лише за умови, що

$$x_1(t_n) + x_2(t_K) = 10(\%) \ , \tag{12}$$

Далі розглянемо ідеалізований варіант, коли студент в однаковій мірі забуває і те, що сказав викладач, і те, що він прочитав у підручнику, а на процес уповільнення забування знань, отриманих від викладача, знання, отримані самостійно, впливають у тій же мірі, у якій на уповільнення забування знань, отриманих самостійно, впливають знання, отримані від викладача, тобто, покладемо, що

$$\alpha_{11} = \alpha_{22}, \tag{13}$$

$$\alpha_{12} = \alpha_{21}, \tag{14}$$

Для цього випадку, як витікає із виразів (11) – (14), математична модель (11) процесу засвоєння студентом знань самостійно перетворюється в математичну модель

$$x_2(t) = x_2(t_n)e^{(-\alpha_{11}+\alpha_{12}x_1+\beta_{22})(t-t_n)}, \tag{15}$$

числове значення невідомого параметру β_{22} у якій знаходиться із правої граничної умови, заданої у момент закінчення t_K самостійного вивчення навчальної дисципліни.

Очевидно, що не буде входити у протиріччя з логікою наступне твердження 1: у пам’яті студента із прослуханої лекції залишається лише те, що він з якоїсь причини згадує.

А із цього твердження витікає, що процес згадування – це теж елемент самостійного вивчення навчальної дисципліни, а тому відносну кількість $x_1^E(t_n)$ згаданого у момент часу t_n , взяту із «кривої забування» Г. Еббінгауза для цього моменту часу, ми маємо право використати і в якості лівої граничної умови для математичної моделі (15), тобто, для моменту часу t_n маємо умову -

$$x_2(t_n) = x_1^E(t_n). \tag{16}$$

А оскільки шляхом самостійного вивчення навчальної дисципліни у міжлекційний період ми намагаємось у момент часу t_K домогтися виконання рівності (8), то в якості правої граничної умови для математичної моделі (15) маємо право взяти умову –

$$x_2(t_K) = 10 - x_1^E(t_K), \tag{17}$$

яка витікає із рівності (12).

Далі сформулюємо твердження 2: для самостійного засвоєння розділів навчальної дисципліни кожному студенту в залежності від його індивідуальних здібностей потрібна різна кількість часу.

Практика вивчення авторами цієї статті досвіду самостійного засвоєння окремих розділів кількох навчальних дисциплін студентами Вінницького національного технічного університету свідчить, що забутий матеріал, прослуханий протягом однієї двогодинної лекції, при наявності конспекту самостійно відновлюється і осмислено усвідомлюється здібними студентами протягом відрізку часу

$$t_B = t_K - t_n, \tag{18}$$

не більшого 20 хвилин, студентами середніх здібностей – протягом відрізку часу, не більшого 40 хвилин, і навіть студентами слабких здібностей – на протязі відрізку часу, не більшого однієї години. Це дає нам право при визначенні правої граничної умови задавати значення t_K у розмірі

$$t_K^{вз} = t_n + \frac{1}{3}, \tag{19}$$

для студентів з високими здібностями, у розмірі

$$t_K^{сз} = t_n + \frac{2}{3}, \tag{20}$$

для студентів середніх здібностей та у розмірі

$$t_K^{нз} = t_n + 1, \tag{21}$$

для не здібних студентів.

Що ж до лівої граничної умови, то вона залежатиме ще й від того, коли студент почне самостійно вивчати матеріал, який він почув на лекції, – через 2 години, через 12 годин (тобто, через півдня), через 24 години (тобто, через день), через 48 годин (тобто, через два дні), через 72 години (тобто, через три дні), через 144 години (тобто, за день до наступної лекції), через 156 годин (тобто, увечері напередодні дня заслуховування наступної лекції), чи аж через 166 годин (тобто, за дві години до початку наступної лекції).

Оскільки такий важливий показник як успішність академічної групи визначається відносно усіх студентів, які склали іспит з навчальної дисципліни з оцінкою, не нижчою від «задовільно» , характерною для не здібних студентів, то в подальших викладках спиратимемося на характеристики саме не здібних студентів, адже отримані нами результати можна буде легко узагальнити і на аналіз процесу самостійного засвоєння навчальної дисципліни студентами середніх здібностей та студентами з високими здібностями.

В якості значень t_n виберемо моменти часу через 24 години після прослухування лекції (тобто, через день), через 72 години (тобто, через три дні), через144 години (тобто, за день до наступної лекції), через 156 годин (увечері напередодні наступної лекції) та через 166 годин (за дві години до наступної лекції). Множина цих значень t_n матиме вигляд:

$$\left\{ t_n^{(24)}, t_n^{(72)}, t_n^{(144)}, t_n^{(156)}, t_n^{(166)} \right\}. \tag{22}$$

Згідно з виразом (16) та «кривою забування» Г. Еббінгауза множині початкових моментів часу (22) буде відповідати наступна множина лівих граничних умов $x_2(t_n^{(*)})$, виражених у процентах:

$$\left\{ 3,4; 2,5; 2,0; 1,9; 1,82 \right\}. \tag{23}$$

А множина значень t_K, сумісних згідно з виразом (21) з відповідними значеннями t_n, заданими множиною (22), матиме вигляд:

$$\left\{ t_K^{(25)}, t_K^{(73)}, t_K^{(145)}, t_K^{(157)}, t_K^{(167)} \right\}, \tag{24}$$

Згідно з виразом (17) та «кривою забування» Г. Еббінгауза множині (24) моментів часу $t_K^{(*)}$, буде відповідати наступна множина правих граничних умов $x_2(t_K^{(*)})$, виражених у процентах:

$$\left\{ 6,61; 7,51; 8,01; 8,11; 8,18 \right\} \tag{25}$$

Підставляючи у вираз (15) замість поточного t конкретне значення $t_K^{(*)}$, а замість t_n відповідно конкретизоване значення $t_n^{(*)}$ і враховуючи вираз (16), отримаємо:

$$x_2(t_K^{(*)}) = x_2(t_n^{(*)}) e^{(-\alpha_{11} + \alpha_{12} x_2(t_n^{(*)}) + \beta_{22}^{(*)})(t_K^{(*)} - t_n^{(*)})} \tag{26}$$

Шляхом логарифмування і простих перетворень із виразу (26) знайдемо, що

$$\beta_{22}^{(*)} = \alpha_{11} - \alpha_{12} x_2(t_n^{(*)} + \frac{1}{t_K^{(*)} - t_n^{(*)}} \ln \frac{x_2(t_K^{(*)})}{x_2(t_n^{(*)})}, \tag{27}$$

або (з врахуванням виразів (5), (6)) і (22)) –

$$\beta_{22}^{(*)} = 0,01033 + \ln \frac{x_2(t_K^{(*)})}{x_2(t_n^{(*)})}), \tag{28}$$

У таблиці 3 наведені результати розрахунків, виконаних за виразом (28).

Таблиця 3

t_n (години)	24	72	144	156	166
t_K (години)	25	73	145	157	167
$x_2(t_n)$ (%)	3,4	2,5	2,0	1,9	1,82
$x_2(t_K)$ (%)	6,6	7,5	8,0	8,1	8,18
β_{22}	0,6730	1,1089	1,3966	1,4596	1,5123

На рис. 3 представлені графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у перший міжлекційний період в разі самостійного вивчення матеріалу, викладеного на першій лекції, через три дні після неї (суцільна крива 1) та за дві години до наступної лекції (штрихова крива 2).

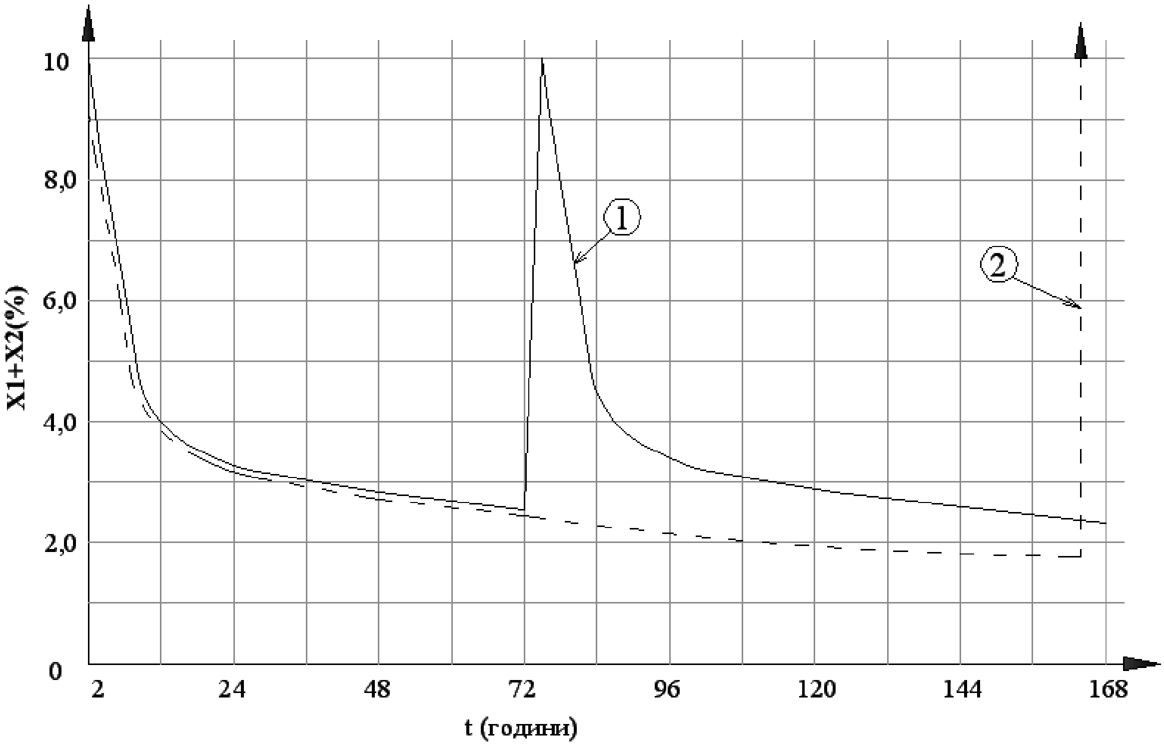

Рисунок 3 – Графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у перший міжлекційний період в разі самостійного вивчення матеріалу, викладеного на першій лекції, через три дні після неї (суцільна крива 1) та за дві години до наступної лекції (штрихова крива 2)

Цілком очевидно, що графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни після наступних лекцій у наступних міжлекційних періодах будуть мати аналогічний вигляд. А тому графіки процесу засвоєння цієї навчальної дисципліни протягом триместру виглядатимуть так, як показано на рис.4, на якому суцільною лінією 1 зображено графік процесу засвоєння навчальної дисципліни у разі, якщо самостійно студент вивчатиме матеріал кожної лекції через три дні після її прослуховування, а штриховою лінією 2 зображено графік процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни у разі, якщо самостійно студент вивчатиме матеріал кожної лекції за дві години до наступної лекції.

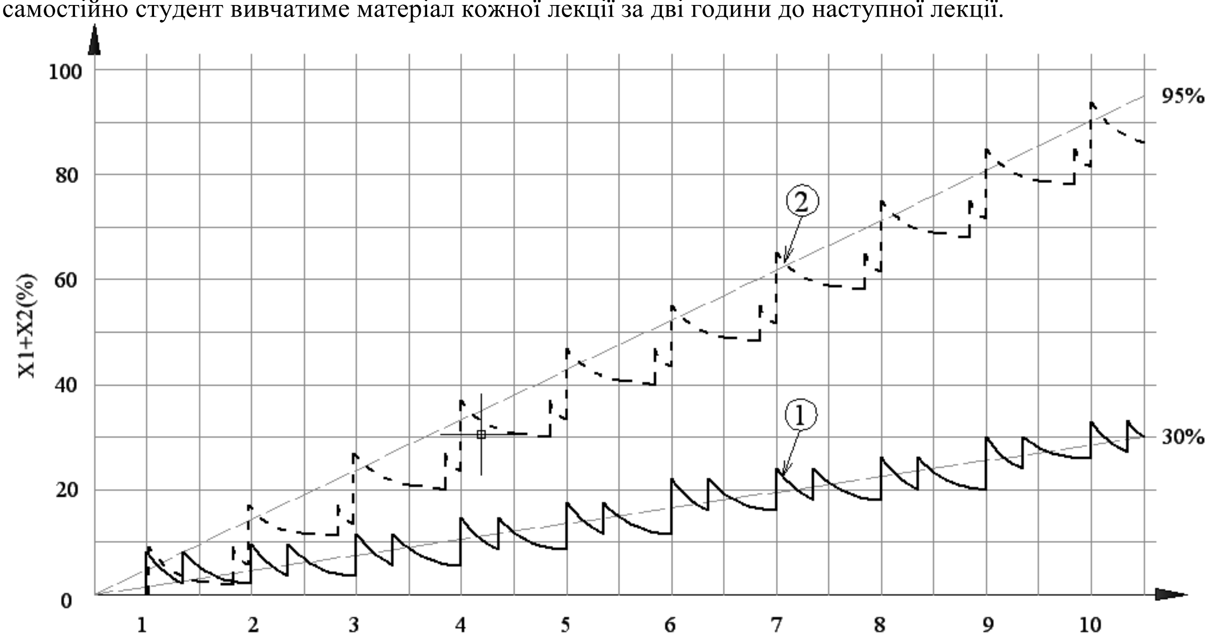

Рисунок 4 – Графіки процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни для двох вищевказаних варіантів її вивчення ним самостійно у міжлекційні періоди

Висновки

1. Встановлено, що параметр, який характеризує синергетичну взаємодію знань, отриманих студентом на лекції від викладача, та засвоєних ним самостійно, зі зростанням кількості синергуючих знань нелінійно зменшується, що повністю співпадає з відомим з мікроекономіки законом спадної граничної корисності у разі, якщо цю кількість знань розглядати як «благо», яке студент отримує в процесі вивчення навчальної дисципліни

2. Синтезована математична модель процесу самостійного засвоєння студентом знань у міжлекційний період та розроблено методику її ідентифікації.

3. Запропоновано спосіб побудови графіка процесу засвоєння студентом знань з навчальної дисципліни упродовж триместру.

4. Показано, що чим ближче до наступної лекції студент самостійно відновлює знання, отримані на попередній лекції, тим більшу кількість знань з даної навчальної дисципліни він матиме у кінці триместру.

Список використаних джерел

1. Мокін Б. І. Дослідження впливу синергетичної складової у математичній моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни / Б. І. Мокін, А. В. Писклярова, О. Б. Мокін // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія. – 2013. – № 2. – С.9–14 .
2. М'ясоїд П. А. Загальна психологія. Навчальний посібник / П. А. М'ясоїд. – К.: Вища школа. – 1998. – 479 с.
3. Гиппенрейтер Ю. Б. Хрестоматия по общей психологии. Психология памяти / Ю. Б. Гиппенрейтер, В. Я. Романова. – М.: Издательство Московского университета. – 1979. – 272 с.
4. Мокін Б. І. Математичні моделі процесу засвоєння студентом навчальної дисципліни на фазовій площині / Б. І. Мокін, А. В. Писклярова, Ю. В. Фокіна // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2010. – № 5. – С. 109–112.
5. Зянько В. В. Основи мікроекономіки. Навчальний посібник / В. В. Зянько – К.: Видавничий Дім «Сяйво». – 2009. – 344 с.

Стаття надійшла: 22.02.2013.

Відомості про авторів:

Мокін Борис Іванович – д.т.н., професор, академік НАПНУ, професор кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів;

Писклярова Анна Валеріївна – к.т.н., проректор з науково-педагогічної роботи по організації виховного процесу;

Мокін Олександр Борисович – д.т.н., доцент, завідувач кафедри відновлювальної енергетики та транспортних електричних систем і комплексів.

Вінницький національний технічний університет