

УДК 62.50:658.21

Т. М. Боровська, І. С. Колесник, В. А. Северілов, П. В. Северілов **МОДЕЛЮВАННЯ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ**

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Постановка проблеми

Ефективна система банків – одна з необхідних умов ефективності національної економіки і добробуту кожного громадянина. Потенційно банки оптимізують розподіл суспільних ресурсів між споживанням, накопиченням і розвитком. Клієнтами банків сьогодні є більша частина населення розвинених країн.

Банк – специфічна система масового обслуговування. Специфіка банківської діяльності у високому рівні конкуренції та „примхливості” клієнтів. Ці два фактори разом породжують високий рівень невизначеності і ризиків.

Загально визнано, що рівень банку визначається інтенсивністю використання і якістю математичних моделей – засобів прогнозування і управління. Життя примушує банки розробляти необхідні робочі моделі. Однак, ці моделі не виходять за межі організації. В програші залишається в першу чергу освіта – майбутніх спеціалістів вчать в основному на словесних та елементарних загальних моделях. Знання основ банківської діяльності потрібні сьогодні практично всім. Парадоксальний аспект проблеми моделювання банків в Україні в тому, що це „нічийна територія”. Для спеціалістів з фінансів це „математика”, для спеціалістів з технічних наук - це „економіка”. Хто повинен розробляти моделі? Фінансист, програміст, математик? Це питання не розв'язується дискусіями. В даній статті подано процес побудови робочої моделі банківської системи на базі теорії управління і системного аналізу.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Обсяг публікацій з банківської справи зростає експоненційно. В Росії і Україні щорічно видаються десятки посібників і підручників – своїх і перекладів з англійської. Однак публікацій з новими і конструктивними результатами небагато. Причини: системні – концентрація і розсіювання знань по джерелах публікацій (закони Бредфорда, Зіпфа), комерційні – ефективні моделі звичайно існують як „ноу-хау”, класифікаційні – помилкова класифікація задачі. Рамки стандартної статті не дозволяють провести досить повний аналіз літератури – це окрема тема, для наукології. Переглянута література була поділена на три класи (що можуть перетинатись): а) фундаментальні роботи з моделювання і управління; б) навчальні посібники і підручники, в) дисертації. Особливістю літератури класів б) і в) є вторинність – це поглиблення якоїсь колії, наприклад моделі на базі міжгалузевго балансу, нечіткої логіки та нейронних мереж (особливо популярних в фінансових задачах) та ін. Виділено певні роботи – представники класів: типовий підручник для фінансистів [6, 7], підручник з елементами розробки моделей [8], підручник фундаментального рівня [9], класичний фундаментальний підручник-першоджерело [5]. В дисертаціях з банківської справи (захищених як за економічними так і за технічними спеціальностями) виявлено багато цінних висновків і спостережень. Сьогодні з'являється все більше літератури безпосередньо з моделювання банківських систем. Однак все це не складалося в єдину систему моделей. Тому вирішено не узгоджувати знайдене в літературі, а зробити робочу модель (таку, що виконується в середовищі математичного пакету) з самого початку від твердо встановлених емпіричних законів банківської справи і з використанням методології розробки математичних моделей [4]. Створення моделі не самоціль – модель є інструментом для пошуку оптимальних, адаптивних і просто безпечних управлінь, і тут раціонально йти від фундаментальних джерел [1-3] з теорії управління.

Невирішені частини проблеми

Сьогодні потрібні не стільки нові моделі для нових систем і процесів, скільки раціональні технології розробки математичних моделей здатних відобразити об'єкт, що еволюціонує. Потрібен інший підхід до моделювання, зокрема, робота з моделювання, де формули набрані в текстовому редакторі є прикладом нераціональної технології конструювання моделей.

Постановка задачі

Виділимо з численних тактичних і стратегічних задач банку базову задачу: „дешево брати в оренду гроші” і „дорого здавати”. Виправданням для такої грубої моделі є те, що її потім можна

необмежено надбудовувати і розбудовувати. На рис. 1 подано схему банківської системи, що відповідає базовій задачі банку.

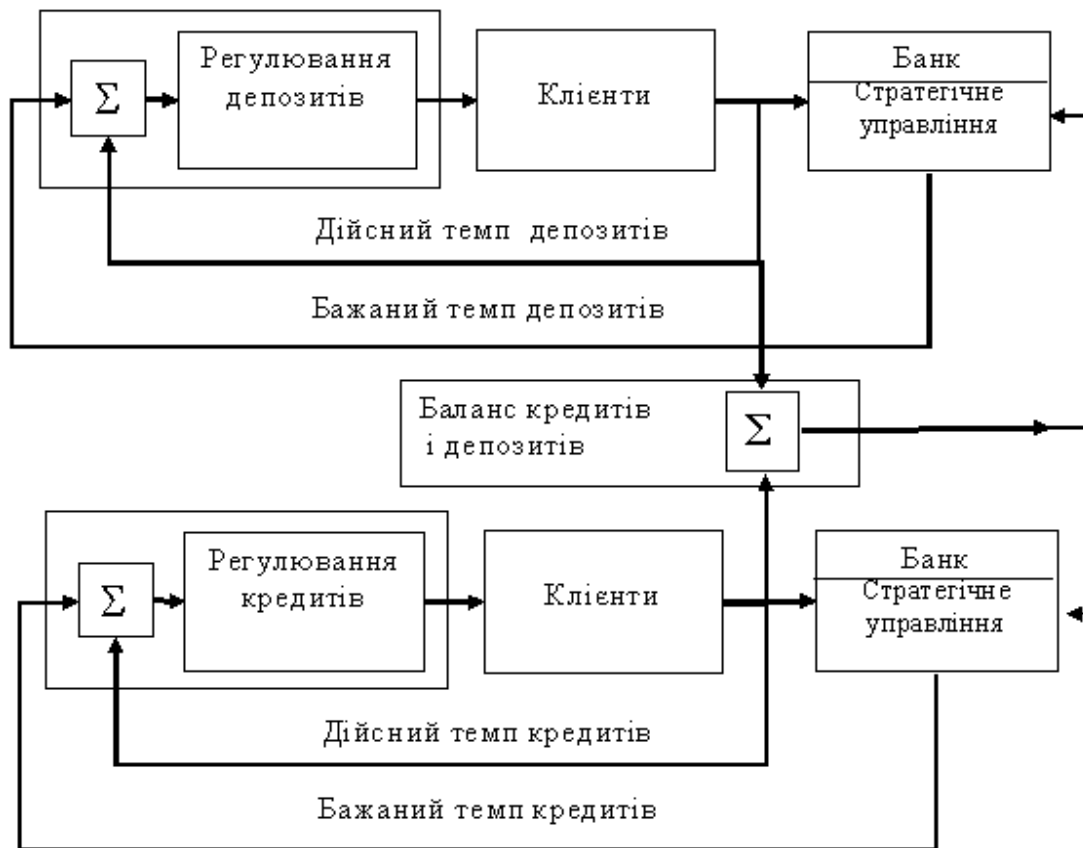


Рис. 1. Схема банківської системи

Ця схема подібна схемі двоканальної системи автоматичного регулювання. Одразу можна бачити одну з головних причин складності – непрогнозований і метаморфозний об'єкт управління – клієнти. Однак, велика кількість і різноманітність клієнтів є скоріше фактором спрощення – в умовах стабільної національної економіки можна усереднювати та агрегувати характеристики клієнтів.

На жаль, в певних умовах поведінка клієнтів буває уніфікованою і детермінованою – це панічне вилучення коштів з банку. Банки, на відміну від виробничих і торгівельних організацій, певним чином зростаються з клієнтами. Очевидно, що треба розглядати банк і клієнтів як єдину – **банківську систему**: банк повинен створювати процвітаючих і надійних клієнтів, клієнти повинні дбати про ефективність і надійність свого банку.

Розробка функціональних моделей

Потоки (темпи) депозитів і кредитів мають певну структуру – розподіли за тривалістю, процентними ставками, надійністю та ін. На першому етапі розглядаємо агреговані усереднені характеристики цих потоків. Працездатну агреговану модель потім неважко модифікувати для урахування структури потоків. Підсистема «депозити» (рис.1) перетворює вхідний темп депозитів у вихідний згідно з правилами і умовами вкладання коштів на депозит і зняття їх. Вхідний темп депозитів залежить від багатьох чинників: ставки депозиту, зростання економіки, темпу інфляції, конкуренції, настроїв і сподівань клієнтів та ін. На першому етапі розглядаємо тільки залежність темпу депозитів від середньої ставки депозиту.

Модель вхідного темпу депозитів

Будемо вважати стан економіки і стан банку (частку фінансового ринку) стабільними. Припускаємо, що кожному рівню ставки депозитів відповідає певний усталений темп депозитів, тобто існує монотонно зростаюча функція ставки депозиту $tdp(rd, A)$, де rd – ставка депозиту, A – потенційний (максимально можливий для даного регіону і періоду часу) темп депозитів.

Реальний темп депозитів тільки в ідеальних умовах досягатиме усталеного рівня. Цей процес

залежить від темпу зростання інформованості клієнтів, наявності прикладу і порад інших клієнтів, а також від ірраціональних та випадкових факторів. Сукупну дію названих факторів на потенційних клієнтів при зміні ставки депозиту задаємо різницеvim рівнянням першого порядку

$$tdvx_{k+1} = tdvx_k + Kd \cdot (tdp(rd, A) - tdvx_k) \cdot dT, \text{ де}$$

$tdvx_k$ - поточний темп депозитів dT - крок обчислень; Kd - коефіцієнт реакції темпу депозитів на зміну ставки. Враховуємо також сезонність та випадкову складову і формуємо відповідний програмний модуль (рис. 2).

$Dpo(rd, dp) =$	<pre> for k ∈ 1..Km kolyv ← 1 + αd·sin(ωM·π·k) - "тренд пропозиції депозитів" tdvx0 ← tdp(rd, Adp)·kolyv - "максимальний темп депозитів" tdvx_{k+1} ← tdvx_k + $\frac{1}{Tdp}$·(tdvx0 - tdvx_k)·dT - "поточний темп" tdvx_{k+1} ← rnorm(1, tdvx_{k+1}, σm)_1 - "випадкова реалізація темпу" </pre>
	$tdvx$

Рис. 2. Модель вхідного темпу депозитів

Модель вихідного темпу депозитів формуємо у вигляді програмного модуля, текст якого подано на рис. 3.

$dpvux(rd, xd, Td) =$	<pre> kzd ← round($\frac{Td}{Tp}$·Np) - "кроків повернення депозитів" for k ∈ 1..Np vupad ← rnd(nakor) + (1 - nakor) - "випадковість" xdd_k ← $\begin{cases} xd(k) & \text{if } (k < kzd) - \text{"повний вхідний темп"} \\ xd(k) + zald_{k-1} & \text{otherwise} \end{cases}$ pas1 ← $\begin{cases} 0 & \text{if } k < kzd - \text{"вихідний темп без процентів"} \\ xdd_{k-kzd} & \text{otherwise} \end{cases}$ pas2 ← pas1·(1 + rd·Td) - "вихідний темп з процентами" pas3 ← pas2·vupadko - "дійсний вихідний темп" zald_k ← pas2 - pas3 - "залишок депозитів" vux^{(k)} ← (stack(xdd_k, pas3, zald_k) - вектор)стану </pre>
	vux

Рис. 3. Модель вихідного темпу депозитів

Входи програмного модуля – ставка депозитів rd , середній термін депозиту і вхідний темп депозитів (фактично це програмний модуль вхідного потоку депозитів), виходи – вихідний темп депозитів без урахування залишків, залишки депозитів.

Модель вхідного темпу кредитів

Як і для темпів депозитів, припускаємо, що кожному рівню ставки кредитів відповідає усталений темп кредитів, тобто існує монотонно спадна функція ставки кредиту $tkr(rk, A)$, де rk – ставка

кредиту, A – потенційний (максимально можливий для даного регіону і періоду часу) темп кредитів.

Реальний темп кредитів тільки в ідеальних умовах досягатиме потенційного рівня - зі зростанням інформованості клієнтів, дії прикладу інших клієнтів, дії ірраціональних та випадкових факторів. Процес реакції потенційних клієнтів на зміну ставки кредиту вважаємо і задаємо різницеvim рівнянням першого порядку

$$tkvx_{k+1} = tkvx_k + Kk \cdot (tkr(rk, A) - tkvx_k) \cdot dT,$$

де $tkvx_k$ – поточний темп кредитів, dT – крок обчислень, Kk – коефіцієнт реакції темпу кредитів на зміну ставки. Враховуємо також сезонність та випадкову складову

Модель вихідного темпу кредитів формуємо на базі вбудованої фінансової функції пакету "виплата боргу рівними частками протягом терміну кредиту:

$$pmt \left(\frac{\text{процент}}{\text{числ_пер_рік}}, \text{число_періодів}, \text{борг_стартовий}, \text{борг_кінцевий} \right).$$

Вихідний потік буде визначатись виразом потрібним інтегралу згортки

$$brgs(k, rk, xk, Tk) := - \sum_{m=1}^k pmt[rk \cdot \Delta t, (Tk \div \Delta t), xk(m), 0] \cdot [(k-m) < (Tk \div \Delta t)]$$

де Δt – крок моделювання, Tk – середня тривалість кредиту, rk – ставка кредиту, $xk(m)$

– значення вхідного темпу кредитів в дискретний момент часу m .

Підсистема управління

Природно, використати математичну модель банківської системи для пошуку ефективних, або хоч безпечних управлінь. На першому етапі поставимо за мету – сформувані закони управління банківською системою на базі застосування методології і методів теорії управління. Цілі управління для першого етапу – максимізація доходу банку та балансування темпів кредитів і депозитів. Потім на базі працездатної моделі можливо розглянути тонкощі управління – згладжування вхідних темпів кредитів і депозитів, диференціація ставок, урахування прогнозів валютних курсів та економічних показників та ін. Розглядаємо як змінні управління ставки кредитів і депозитів.

Логіка управління

Виділимо "логічні управління": управління балансом і управління для оптимізації доходу. Управління для збалансування темпів кредитів і депозитів повинно одночасно змінювати ставки кредитів і депозитів так, щоб темпи "йшли назустріч". Для першого наближення беремо простіший, пропорційний закон управління балансом:

зміна ставки кредиту $\Delta lrk = K1k \cdot \delta ba$; зміна ставки депозиту $\Delta lrd = -K1d \cdot \delta ba$, де $K1k$, $K1d$ – "коефіцієнти підсилення", δba – різниця темпів депозитів і кредитів (=помилка регулювання). Різні знаки обумовлені тим, що для збільшення темпу кредитів треба зменшувати ставку, а для збільшення темпу депозитів – збільшувати її.

Управління доходом банку відноситься до іншого класу – екстремального: нам потрібно не стабілізувати значення доходу на якомусь заданому рівні, а максимізувати за рахунок вибору значень ставки кредиту – rk . Ставка депозиту прив'язується до ставки кредиту за рахунок умови збалансування темпів кредитів і депозитів. Логіка екстремального управління така: на поточному кроці визначаємо приріст доходу за попередній період, якщо дохід зростає – продовжуємо змінювати управління в тому ж напрямку, що і на попередньому кроці, якщо дохід зменшується – змінюємо управління в протилежному напрямку. Це досить примітивна і наївна логіка "індикаторної поведінки". Можна її вдосконалити введенням фільтрації (не реагувати на випадкові і короткочасні збурення) і прогнозування (реагувати не тільки на зміну доходу, але і на тенденції зміни доходу). Перекладаємо ці міркування на мову рівнянь та алгоритмів. Глянемо також на банківську систему, як на систему „попит-пропозиція”:

- процентна ставка – це ціна грошей,
- залежність "ставка кредиту – темп кредитів" – це крива попиту на гроші,
- залежність "ставка депозиту – темп депозитів" – це крива пропозиції грошей.

На рис. 4 подано постановку і розв'язання задачі про оптимальну різницю ставок – якщо

існують монотонно спадна функція попиту на кредити і монотонно зростаюча функція пропозиції депозитів, то існує оптимальна різниця ставок, що дає максимум процентного доходу. Бачимо, що задача пошуку оптимальної різниці ставок еквівалентна геометричній задачі про вписаний прямокутник з максимальною площею. Можемо бачити (рис. 4) також, що найбільший рівноважний стан досягається при рівних ставках кредиту і депозиту – в точці перетину кривих попиту і пропозиції.

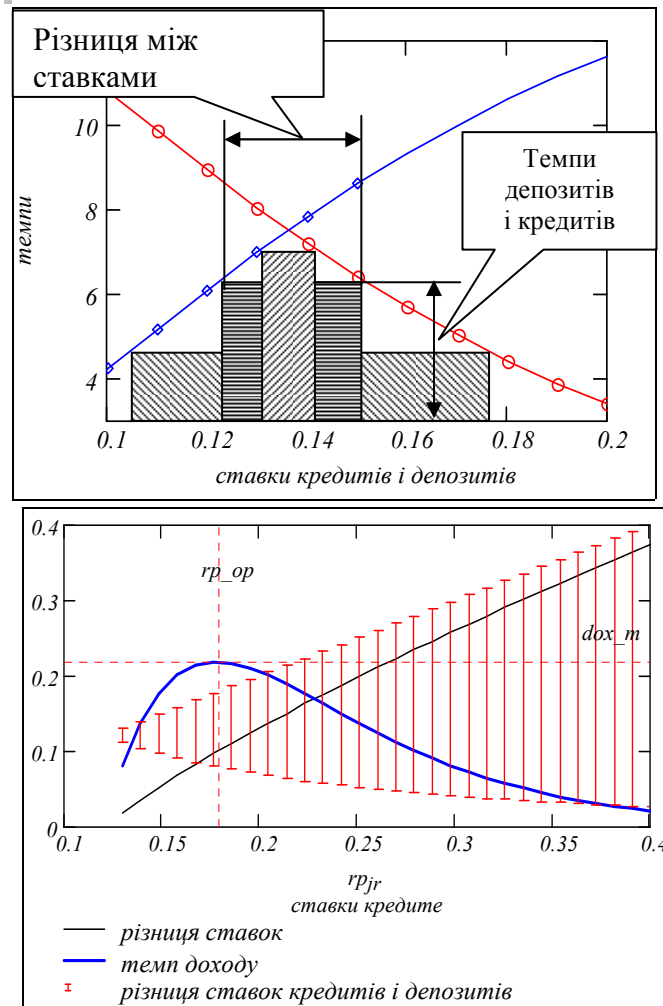


Рис. 4. До визначення оптимальної різниці ставок кредитів і депозитів

Зміна ставок кредитів і визначається дією розглянутих двох регуляторів згідно рівнянням:
 $rK_j = rK_{j-1} + \Delta 1rk + \Delta 2rk$; $rD_j = rD_{j-1} + \Delta 1rd + \Delta 2rd$,

де $\Delta 1rk$, $\Delta 1rd$ – управління від регулятора балансу, $\Delta 2rk$, $\Delta 2rd$ – управління від екстремального регулятора.

Програма моделювання

На рис. 5 подано схему програми моделювання. Програма складається з функціональних модулів, розглянутих вище – вхідних і вихідних темпах кредитів і депозитів, трендах і невизначеностях, алгоритмах управління. За рахунок налаштування і заміни модулів програма дозволяє відобразити будь-яку специфіку функціонування банківської системи. Програма написана на мові програмування математичного пакету. Ця мова максимально наближена до природної мови математики, тому текст програми практично не відрізняється від запису системи рівнянь математичної моделі. Саме тому використовуємо термін „робоча модель”.

Входи програми зібрані у матрицю з вісімнадцяти параметрів (рис. 6), вихід програми – десять дискретних функцій часу: вхідні і вихідні темпи депозитів, баланси "вхід-вихід" кредитів і депозитів, ставки кредитів і депозитів, загальний баланс банку та баланс вхідних темпів кредитів і депозитів.

Інтерфейс програми

Технологія конструювання моделей ставить специфічні вимоги і до тексту програми і до інтерфейсу

введення-виведення. Це можливість доступу до усіх елементів програми, орієнтованість інтерфейсу на обчислювальний експеримент. Вхідні дані для програми вводяться з коментарями, у "змістовному вигляді", а потім збираються у матрицю параметрів MP . В першому рядку матриці зібрані параметри вхідних і вихідних потоків кредитів, в другому – теж саме для депозитів.

$MBU(mp) =$	$dtk \leftarrow$ "крок обчислень" $ome \leftarrow$ "частота сезонних коливань" $kpk \leftarrow$ "кількість кроків повернення кредиту" $kpd \leftarrow$ "кількість кроків повернення депозиту" $rK_1 \leftarrow$ "стартова ставка кредиту" $rD_1 \leftarrow$ "стартова ставка депозиту" "стартові значення темпів кредитів і депозитів:" "стартове значення балансу:" for $j \in Z..Np1$ – "цикл по крокам моделювання" "максимальний рівень вхідного темпу кредитів" "поточне значення вхідного темпу кредитів" "випадкова реалізація вхідного темпу кредитів" "темп повернення поточного кредиту" "вихідний темп кредитів" "баланс кредитів" "максимальний рівень вхідного темпу депозитів" "поточне значення вхідного темпу депозитів" "випадкова реалізація темпу" "алгоритм повернення депозитів" "вихідний темп депозитів" "залишок депозитів" "баланс депозитів" "баланс банку" "алгоритм управління балансом" "алгоритм управління максимізації доходу" "матриця вихідних масивів"
-------------	--

Рис. 5. Схема програми моделювання банківської системи

Результати тестування програми

Програма моделювання (робоча модель) пройшла комплексне тестування для перевірки „синтаксичної” (виявлення банальних помилок – втрачених складових і переплутаних знаків), „семантичної” (перевірка результатів моделювання при нульових та рівних ставках, при однакових термінах кредитів і депозитів) і „прагматичної” (відповідність статистичним даним, можливість управління і настроювання моделі) корекції. Не ставилася ціль детального порівняння результатів моделювання зі статистичними даними – вони є результатом багатьох впливів, типу інфляції та

економічного росту, що не були включені в модель.

Резерв банку $резерв := -3$ Залишкова частка депозиту $vnkr := 0.0$.
Ставки: кредиту $rko := 0.08$, депозиту $rdo := 0.06$, середні терміни:
кредиту $Tko := 5$; депозиту $Tdo := 3$. **Клієнти:**
Кредити: інерційність $Tkr1 := 1.1$; максимальний рівень $po ko := 21$; сезонність
 $ask := 2$ частота $om := 1$, розкид $\sigma k := 0.1$. Параметри попиту
Депозити: інерційність $Tdp1 := 1.1$; максимальний рівень $pod o := 21$; сезонність
 $asd := 2$ частота (=) розкид $\sigma d := 0.1$. Параметри пропозиції
Період моделювання $Tr1 := 30$; число кроків $Np1 := 150$; $k := 1..Np1$;
 $\Delta t := Tr1 \div Np1 \quad \Delta t = 0.2$. **Параметри законів управління:**
регулювання балансу $K1k := 0.003$; $K1d := 0.003$ -натисни;
максимізація доходу $K2k := 0.0003$; $K2d := 0.0003$; $\Delta o := 0.0$.
Матриця параметрів $mp := \begin{pmatrix} rko & Tko & po ko & ask & \sigma k & om & K1k & K2k & Tkr1 \\ rdo & Tdo & pod o & asd & \sigma d & vnkr & K1d & K2d & Tdp1 \end{pmatrix}$

Рис. 6. Модуль вводу параметрів банківської системи

Спочатку була випробувана модель з фіксованими ставками кредитів і депозитів, потім в модель був введений модуль управління з найпростішими законами управління – пропорційними. Параметри законів управління знаходилися експериментально. Задачі аналітичного синтезу управління, побудови адаптивної системи управління, тим більше, – нейронної мережі, не ставилися.

На рис. 7 подано приклади перехідних процесів на відповідних фазових площинах з урахуванням випадкових збурень. Ліворуч – усталені залежності попиту і пропозиції від процентних ставок і фазові траєкторії зміни ставок і темпів в часі. Праворуч – статична залежність темпу доходу від ставки кредиту і фазова траєкторія зміни темпу доходу в часі.

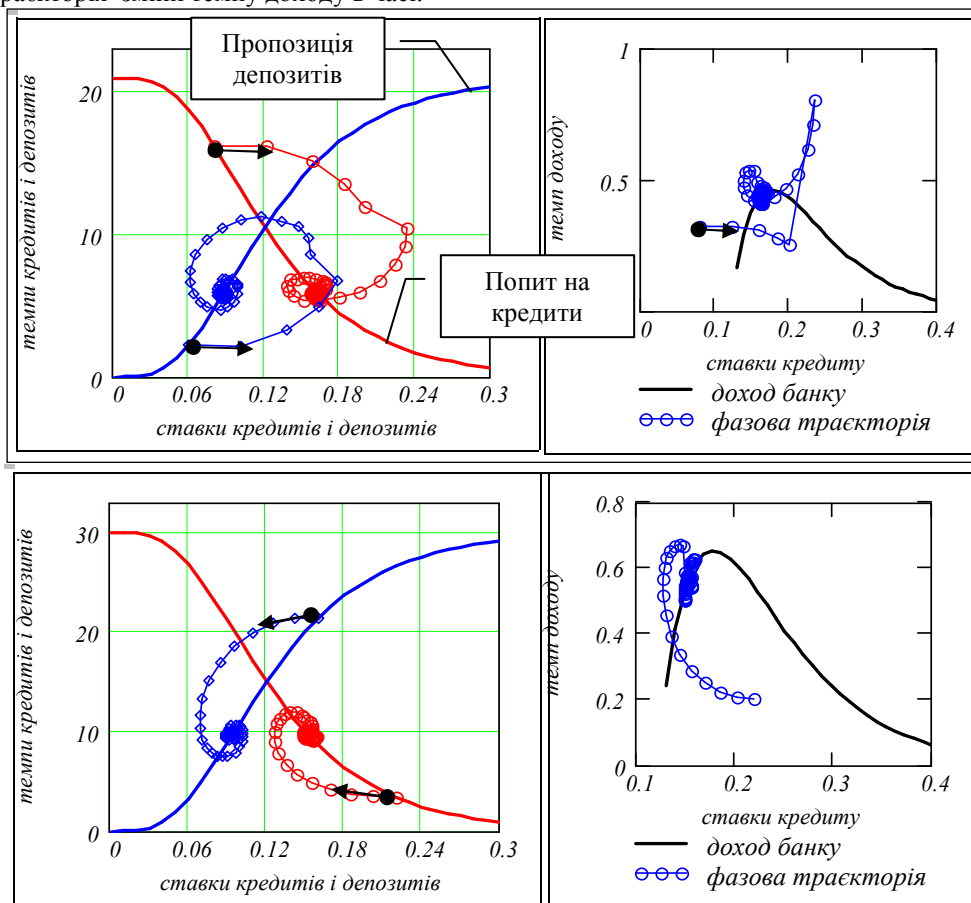


Рис. 7. (продовження) Перехідні процеси на фазовій площині для випадків стартової ставки кредиту нижче і вище оптимальної

Бачимо, що а) підсистема стабілізації балансу вхідних потоків кредитів і депозитів працює задовільно; б) підсистема максимізації доходу є **незадовільною**: не в усіх випадках приводить систему до максимуму, іноді - взагалі робить систему нестійкою. Причини незадовільності підсистеми максимізації: а) підсистеми управління діють сумісно на об'єкти управління, що може приводити до небажаної інтерференції; б) занадто великі збурення і неоптимальні значення коефіцієнтів зворотних зв'язків $K1k, K1d, K2d; K2k$; в) алгоритм пошуку максимуму має органічний порок – коли дохід майже незмінний – припиняється оптимізація.

На рис. 8 подано перехідні процеси в часі для тих же умов, що і на рис. 7. Можемо бачити, що система управління приводить ставки кредиту і депозиту досить точно до оптимального стану (16%, 9%) з початкових станів „малі ставки” (8%, 6%) та „високі ставки” (22%, 8%).

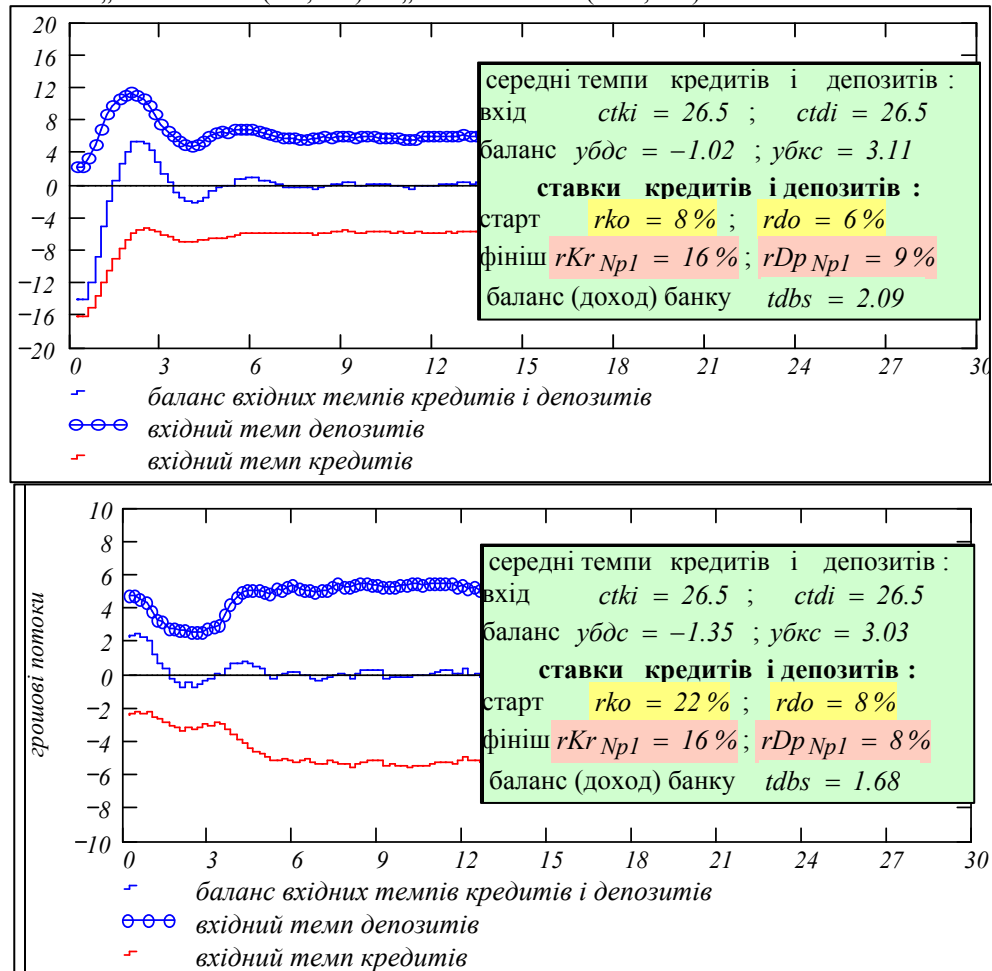


Рис. 8. Перехідні процеси для випадків стартової ставки кредиту нижче і вище оптимальної

Напрямки розвитку моделі банківської системи

Початкова ціль розробки була в створенні максимально спрощеної математичної моделі банку, як системи масового обслуговування. Розробка повинна була дати можливість студентам виконувати експерименти над віртуальною реальністю і так дати початкове розуміння суті банківської справи: джерела нестійкості і виникнення „безпричинних” банкрутств. Робочу модель прийшлося будувати „з нуля”. Навіть найпростіша з реалістичних моделей виявилася досить об'ємною. Однак, ця модель виявилася базовою – вона дозволила відносно легко враховувати і досліджувати різноманітні аспекти банківської діяльності. В даній статті як приклад розширення подано моделі управління банком. Крім цього були розроблені моделі темпів кредитів і депозитів з урахуванням інфляції, конкуренції та панічної поведінки клієнтів. Чисто технічною задачею є модифікація моделі для урахування диференціації ставок кредитів і депозитів а також диференціації клієнтів. Розроблені на базі класичних портфельних задач субмоделі для оптимізації структури активів і пасивів.

Висновки

Побудована базова модель динаміки банківської системи. Модель придатна для розвитку в двох напрямках – описативному, тобто по можливості точному відтворенні поведінки реальних банківських

систем, і прескриптивному, тобто пошуку режимів функціонування і методів управління, що не спостерігалися в реальності, але є бажаними і можливим для реалізації. На конкретному прикладі показано виникнення та існування науковоізолюваних областей на стижах традиційних наук. Моделювання банківської системи не є класичною задачею фінансів, а задачею системного аналізу та теорії управління.

Список літератури:

1. Беллман Р., Гликсберг И., Гросс О. Некоторые вопросы математической теории управления. — М.: Издат. иностр. литер., 1962. — 233с.
2. Беллман Р. Процессы регулирования с адаптацией. — М.: Наука, 1964. — 317с.
3. Цыпкин Я.З. Адаптация и обучение в автоматических системах. — М.: Наука, 1968. — 400с.
4. Пешель М. Моделирование сигналов и систем. — М.: Мир, 1981.-286с.
5. Самуельсон П. Економіка: - Львів: Світ, 1996. — 433с.
6. Банки и банковское дело; Под ред. Балабанова И.Т. — Санкт-Петербург: Питер, 2001— 255с.
7. Банківська справа: Навч. Посібник; За ред. Тиркала Р.І. — Тернопіль: Карт-бланш, 2001. — 314с.
8. Васюренко О.В. Банківський менеджмент: Посібник. — К.: вид.центр „Академія”, 2001.— 320с.
9. Вітлінський В.В. Моделювання економіки: Навч. посібник: - К.: КНЕУ, 2003. — 408с.
10. Кизим Н.А. Моделирование банкротства коммерческих банков. — М.: Финансы, 2002. — 224с.

Боровська Таїсія Миколаївна, к.т.н., доцент кафедри комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Колесник Ірина Сергіївна, здобувач кафедри комп'ютерних систем управління, Вінницький національний технічний університет, Вінниця.

Северілов Віктор Андрійович, к.т.н., доцент кафедри інформаційних технологій, Відкритий міжнародний університет розвитку людини, Вінниця.

Северілов Павел Вікторович, директор пп „Центр Мультимедиа”