УДК 683.32

Д. А. Зубов

ВЫБОР АЛГОРИТМА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ ДВУХКАНАЛЬНЫМИ ОБЪЕКТАМИ УГЛЕОБОГАЩЕНИЯ

Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля, Україна

Введение

Выбор эффективного алгоритма оптимального управления является одним из базовых этапов при построении систем управления. Решение данной задачи в многомерных системах автоматического управления (МСАУ) часто усложняется мультипликативным и аддитивным влиянием каналов управления, нелинейными зависимостями диофантового характера (количество входных переменных больше выходных [1, 2] – МСАУ не р-канонической структуры [3]), нестационарностью и стохастичностью характеризующих процесс параметров др. Анализ литературных источников (например, [3, 4]) и информационных ресурсов Internet показывает отсутствие в настоящее время единственного универсального подхода автоматического управления такими объектами. Для повышения эффективности функционирования МСАУ представляется целесообразным выделить следующие приоритетные направления исследований:

1. Аналитический синтез закона регулирования (уменьшение количества неизвестных переменных методом Диофанта [1, 2] или другими эквивалентными преобразованиями, вычисление оптимальных управляющих воздействий при линеаризации нелинейной части [3], др.).
2. Комбинаторные алгоритмы реального времени поиска глобального экстремума [5, 6].
3. Методы многомерного поиска управляющих воздействий (градиентный, Хука-Дживса, конфигураций Розенброка др. [7]).

Целью данной статьи является исследование первых двух направлений для управления технологическими процессами (ТП) углеобогатительной фабрики (УОФ), которые имеют два управляющих воздействия (для отсадки это высота и степень разрыхленности породной постели, для флотации – удельные расходы реагентов собирателя и пенообразователя, для тяжелых сред – плотность и вязкость магнетитовой суспензии [5]) и одну выходную координату (зольность концентрата ТП). Данная задача является актуальной для предметной области автоматизации ТП УОФ в связи с тем, что ранее управление ТП как динамическими, нелинейными, двухканальными, нестационарными, стохастическими объектами с большим запаздыванием и диофантовым характером зависимостей не рассматривалось.

Модель ТП УОФ

Двухканальная дискретная модель приведенной непрерывной части ТП УОФ с экстраполятором нулевого порядка имеет вид [5]:

$$y_1[n] = b_{1,1}[n]u_1[n - d_1[n] - 1] + b_{1,2}[n]u_1[n - d_1[n] - 2] - a_{1,1}[n]y_1[n-1] - a_{1,2}[n]y_1[n-2] + v_{1,o}[n];$$
$$y_2[n] = b_{2,1}[n]u_2[n - d_2[n] - 1] + b_{2,2}[n]u_2[n - d_2[n] - 2] - a_{2,1}[n]y_2[n-1] - a_{2,2}[n]y_2[n-2] + v_{2,o}[n];$$
$$y[n] = c_0[n] + c_1[n]y_1[n] + c_2[n]y_2[n] + c_3[n]y_1^2[n] + c_4[n]y_2^2[n] + c_5[n]y_1[n]y_2[n] + v_H[n], \quad (1)$$

где $y_1[n], y_2[n], u_1[n], u_2[n] \in \mathbb{R}$ – выходная координата и управляющее воздействие соответственно по первому и второму каналам управления в дискретный момент времени n ($\mathbb{R}$ – множество вещественных чисел); $v_{1,o}[n], v_{2,o}[n] \in \mathbb{R}$ – случайный нормальнораспределенный шум соответственно по первому и второму каналам управления с нулевым математическим ожиданием и ограниченными среднеквадратическими отклонениями $\sigma_{1,o}[n], \sigma_{2,o}[n] \in \mathbb{R}$; $v_H[n] \in \mathbb{R}$ – случайный нормальнораспределенный шум наблюдения с нулевым математическим ожиданием и ограниченным среднеквадратическим отклонением $\sigma_н[n] \in \mathbb{R}$; $d_1[n], d_2[n] \in \mathbb{Z}$ – нестационарные дискретные запаздывания соответственно по первому и второму каналам управления, $d_1[n], d_2[n] > 0$ ($\mathbb{Z}$ – множество целых чисел); $c_0[n], c_1[n], c_2[n], c_3[n], c_4[n], c_5[n] \in \mathbb{R}$ – коэффициенты квадратичного полинома, аппроксимирующего нелинейную часть модели; $a_{1,1}[n], a_{1,2}[n], b_{1,1}[n], b_{1,2}[n]$, $a_{2,1}[n], a_{2,2}[n], b_{2,1}[n], b_{2,2}[n] \in \mathbb{R}$ – коэффициенты дискретных передаточных функций линейной части модели соответственно по первому и второму каналам управления.

Начальные условия:

$$y_0 = y_0^0; y_{-1} = y_{-1}^0; u_{1,s} = u_{1,s}^0; u_{2,s} = u_{2,s}^0;$$

где $u_{1,s}^0, u_{2,s}^0 \in \mathbb{R}$ – положительные константы; $s=(-d_{max}-1),...,(-1), s \in \mathbb{Z}$; $d_{max} \in \mathbb{Z}$ – максимальное запаздывание.

Ограничения на управляющие и возмущающие воздействия, запаздывания модели (1) наряду с ограничением на выходную координату [5]:

$$u_{1,min} \le u_1[n] \le u_{1,max}; u_{2,min} \le u_2[n] \le u_{2,max}; d_{min} \le d_1[n] \le d_{max}; u_1[n] - u_1[n-1] = v_1 \cdot u_{1,min}^*;$$
$$u_2[n] - u_2[n-1] = v_2 \cdot u_{2,min}^*; k_\sigma(\sigma_H[n] + \sigma_{1,o}[n] + \sigma_{2,o}[n]) < \sigma_{max}; d_{min} \le d_2[n] \le d_{max},$$

где $u_{1,min}^*, u_{2,min}^* \in \mathbb{R}$ – минимальные дискретные шаги изменения управляющего воздействия соответственно по первому и второму каналу; $v_1, v_2 \in \mathbb{Z}$ – множители дискретных шагов изменения управляющего воздействия соответственно по первому и второму каналу; $u_{1,min}, u_{2,min} \in \mathbb{R}$– неотрицательные константы; $y_{min}, y_{max}, u_{1,max}, u_{2,max}, \sigma_{max} \in \mathbb{R}$ – положительные константы; $k_\sigma \in \mathbb{R}$ – эмпирический коэффициент, отражающий влияние $\sigma_{1,o,n}$, $\sigma_{2,o,n}$, $\sigma_{н,n}$ на максимальное среднеквадратическое отклонение выходной координаты σ_{max}.

Для оценивания параметров модели (1) выходная координата фильтруется методом стохастической аппроксимации:

$$y^{(1)}[n] = y^{(1)}[n-1] + k_a(y[n] - y^{(1)}[n-1]), \tag{2}$$

где $y^{(1)}[n]$ – аппроксимируемое значение выходной координаты; $k_a \in \mathbb{R}$ – в общем случае переменный коэффициент, удовлетворяющий условиям теоремы Дворецкого.

Для фильтрации зашумленной выходной координаты, повышения информативности обучающей выборки данных и отработки аварийных ситуаций предлагается следующая эвристическая пятиуровневая модель представления данных для расчета коэффициентов аппроксимирующей модели [5]:

1. В каждый дискретный момент времени непосредственно снимаемая с датчиков информация о выходной координате – $y[n]$.

2. В каждый дискретный момент времени фильтрация $y[n]$ методом стохастической аппроксимации по уравнению (2) – $y^{(1)}[n]$.

3. В каждый дискретный момент времени вычисление элемента трехмерного массива $y^{(2)}$ по формуле (при запуске программы все элементы обнуляются)

$$y^{(2)}\left[\mathrm{Trunc}\left(\frac{N_e^*\left(y^{(1)}[n] - y_{min} - \sigma_{max}\right)}{y_{max} - y_{min} - 2\sigma_{max}}\right); \mathrm{Trunc}\left(\frac{N_e^*\left(y^{(1)}[n-1] - y_{min} - \sigma_{max}\right)}{y_{max} - y_{min} - 2\sigma_{max}}\right); \mathrm{Trunc}\left(\frac{N_e^*\left(y^{(1)}[n-2] - y_{min} - \sigma_{max}\right)}{y_{max} - y_{min} - 2\sigma_{max}}\right)\right] = n,$$

где N_e^* – количество интервалов длиной $(y_{max}-y_{min}-2\sigma_{max})/N_e^*$ в возможном диапазоне $(y_{max}+\sigma_{max}; y_{min}-\sigma_{max})$ изменения выходной координаты; $Trunc(\cdot)$ – выделение целой части вещественного аргумента.

С учетом интервала возможного изменения выходной координаты и максимального среднеквадратического отклонения шумов объекта и наблюдения σ_{max} элементы трехмерного массива $y^{(2)}$ формируются данными, удовлетворяющими условию:

$$(y_{min} + \sigma_{max}) < y^{(1)}[n] < (y_{max} - \sigma_{max}) .$$

4. При окончании цикла длиной N_e формирование новой обучающей выборки данных $y^{(3)}_m$ длиной N_e из ненулевых элементов трехмерного массива $y^{(2)}$ (N_e соответственно равно количеству ненулевых элементов трехмерного массива $y^{(2)}$; $m=1,...,N_e$).

5. Для отработки ситуации “зависания” выходной координаты (при исследованиях – среднеквадратическое отклонение на интервале длиной N_e меньше $0{,}01y_з$, $y_з$ – уставка выходной координаты) вне допустимого диапазона (при исследованиях – $y_з \pm 0{,}05y_з$) из-за “плохой” обусловленности обучающей выборки данных в $y^{(3)}_m$ копируются данные из массива $y^{(4)}$, который формируется на базе обработанной “хорошо” обусловленной информации (при исследованиях в $y^{(4)}$ заносились данные из начальной обучающей выборки).

Прогнозирование выходной координаты путем ее пошагового экстраполирования не представляется возможным при разных значениях запаздывания в каналах управления. Поэтому запаздывание допускается одинаковым для всех каналов и аппроксимирующая модель адекватно структуре (1) имеет вид:

$$\begin{aligned} y^{(1)}[n] &= c_0^*[n] + c_1^*[n]y^{(1)}[n-1] + c_2^*[n]y^{(1)}[n-2] + c_3^*[n]u_1[n-1-d^*[n]] + c_4^*[n]u_2[n-1-d^*[n]] + c_5^*[n]u_1[n-2-d^*[n]] + \\ &+ c_6^*[n]u_2[n-2-d^*[n]] + c_7^*[n]\left(u_1[n-1-d^*[n]]\right)^2 + c_8^*[n]\left(u_2[n-1-d^*[n]]\right)^2 + c_9^*[n]\left(u_1[n-2-d^*[n]]\right)^2 + \\ &+ c_{10}^*[n]\left(u_2[n-2-d^*[n]]\right)^2 + c_{11}^*[n]u_1[n-1-d^*[n]]u_2[n-1-d^*[n]] + c_{12}^*[n]u_1[n-1-d^*[n]]u_2[n-2-d^*[n]] + \\ &+ c_{13}^*[n]u_1[n-2-d^*[n]]u_2[n-1-d^*[n]] + c_{14}^*[n]u_1[n-2-d_n^*]u_2[n-2-d_n^*], \end{aligned} \quad (3)$$

где $c^*_0[n] \div c^*_{14}[n] \in \mathbb{R}$, $d^*[n] \in \mathbb{Z}$ – константы, аппроксимируемые методом наименьших квадратов (МНК) на обучающей выборке данных длиной N_e для дискретного момента времени n.

Уменьшение количества переменных уравнения (3) методом Диофанта

Анализ формулы (3) показывает мультипликативное и аддитивное влияние каналов управления, квадратичную зависимость аргументов. Поэтому целесообразным представляется применение метода Диофанта [1, 2] для уменьшения количества неизвестных путем получения их линейных зависимостей от одной обобщенной переменной, что позволит, например, сократить на порядок объем вычислений при комбинаторном алгоритме.

Так как управляющие воздействия и выходная координата принадлежат полю рациональных чисел, то имеется некоторое рациональное решение. Запишем (3) в виде полинома Колмогорова-Габбора второго порядка с двумя аргументами:

$$f_2(u_1[n],u_2[n])=a_0+a_1 \cdot u_1[n]+a_2 \cdot u_2[n]+a_3 \cdot u^2{}_1[n]+a_4 \cdot u^2{}_2[n]+a_5 \cdot u_1[n] \cdot u_2[n]=0\ , \quad (4)$$

где $a_1=c^*_3+c^*_{12} \cdot u_2[n-1]$; $a_2=c^*_4+c^*_{13} \cdot u_1[n-1]$; $a_3=c^*_7$; $a_4=c^*_8$; $a_5=c^*_{13}$; $a_0=-y_3+c^*_0+c^*_1 \cdot y^{(1)}[n+d^*[n]]+c^*_2 \cdot y^{(1)}[n+d^*[n]-1]+c^*_5 \cdot u_1[n-1]+c^*_6 \cdot u_2[n-1]+c^*_9 \cdot u^2{}_1[n-1]+c^*_{10} \cdot u^2{}_2[n-1]+c^*_{14} \cdot u_1[n-1] \cdot u_2[n-1]$.

Допустим, что (4) имеет некоторое рациональное решение (u^*_1,u^*_2). По методу Диофанта необходимо сделать подстановку:

$$u_1[n]=u^*_1+t;\ u_2[n]=u^*_2+k \cdot t, \quad (5)$$

где k – обобщенная переменная; t находится из формул:

$$t=-\left(A\left(u_1^*,u_2^*\right)+k \cdot B\left(u_1^*,u_2^*\right)\right)/\,C\left(u_1^*,u_2^*,k\right); \quad (6)$$

$$f_2(u^*_1+t,u^*_2+t)=f_2(u^*_1,u^*_2)+t \cdot A(u^*_1,u^*_2)+k \cdot t \cdot B(u^*_1,u^*_2)+t^2 \cdot C(u^*_1,u^*_2,k)=0. \quad (7)$$

Сравнивая (4) и (7), получаем:

$$A(u^*_1,u^*_2)=a_1+2 \cdot a_3 \cdot u^*_1+a_5 \cdot u^*_2;\ B(u^*_1,u^*_2)=a_2+2 \cdot a_4 \cdot u^*_2+a_5 \cdot u^*_1;\ C(u^*_1,u^*_2,k)=a_3+2 \cdot a_4 \cdot k^2+a_5 \cdot k. \quad (8)$$

Подставив (8) в (6), получим:

$$t=-\left(\left(a_1+2 \cdot a_3 \cdot u_1^*+a_5 \cdot u_2^*\right)+k \cdot \left(a_2+2 \cdot a_4 \cdot u_2^*+a_5 \cdot u_1^*\right)\right)/\left(a_3+2 \cdot a_4 \cdot k^2+a_5 \cdot k\right).$$

Таким образом, формулы (5) принимают вид:

$$u_1[n]=u_1^*-\left(\left(a_1+2 \cdot a_3 \cdot u_1^*+a_5 \cdot u_2^*\right)+k \cdot \left(a_2+2 \cdot a_4 \cdot u_2^*+a_5 \cdot u_1^*\right)\right)/\left(a_3+2 \cdot a_4 \cdot k^2+a_5 \cdot k\right); \quad (9)$$

$$u_2[n]=u_2^*-k \cdot \left(\left(a_1+2 \cdot a_3 \cdot u_1^*+a_5 \cdot u_2^*\right)+k \cdot \left(a_2+2 \cdot a_4 \cdot u_2^*+a_5 \cdot u_1^*\right)\right)/\left(a_3+2 \cdot a_4 \cdot k^2+a_5 \cdot k\right). \quad (10)$$

Анализ формул (9) и (10) показывает, что $u_1[n]$ и $u_2[n]$ находятся в квадратичной зависимости от k. Таким образом, не представляется возможным уменьшить количество переменных путем получения линейных зависимостей от k на базе метода Диофанта.

Анализ сокращения объема вычислений на базе решения квадратного уравнения

Допустим, что в уравнении (3) $u_2[n]$ имеет минимальное значение: $u_2[n]=u_{2,min}$. Тогда (3) принимает вид квадратного уравнения с одним неизвестным $u_1[n]$:

$$\begin{aligned} &(-y_3+c^*_0+c^*_1 \cdot y^{(1)}[n+d^*[n]]+c^*_2 \cdot y^{(1)}[n+d^*[n]-1]+c^*_4 \cdot u_{2,min}+c^*_5 \cdot u_1[n-1]+c^*_6 \cdot u_2[n-1]+c^*_8 \cdot u^2{}_{2,min}+c^*_9 \cdot u^2{}_1[n-1]+ \\ &+c^*_{10} \cdot u^2{}_2[n-1]+c^*_{13} \cdot u_1[n-1] \cdot u_{2,min}+c^*_{14} \cdot u_1[n-1] \cdot u_2[n-1])+(c^*_3+c^*_{11} \cdot u_{2,min}+c^*_{12} \cdot u_2[n-1]) \cdot u_1[n]+c^*_7 \cdot u^2{}_1[n]=0 \end{aligned} \quad (11)$$

Данное квадратное уравнение решено для процесса флотации (каналы удельные расходы реагентов собирателя $u_1[n]$ и пенообразователя $u_2[n]$ – зольность флотоконцентрата $y[n]$ [5]; параметры модели (1): период квантования T_o=1 с, d_{min}=390 с, d_{max}=460 с, y_{min}=3 %, y_{max}=13 %, $u_{1,min}$=3000 г/т, $u_{1,max}$=4000 г/т, $u_{2,min}$=7,5 г/м^3, $u_{2,max}$=9 г/м^3, $u^*_{1,\min}$=1 г/т, $u^*_{2,\min}$=0,01 г/м^3, σ_{max}=0,5 %, k_a=0,5, f=0, q=1, $r_1=r_2$=0, N=1, $y_з$=9,6 %, $y^0_{-1}=y^0_0=y_{\min}$=9 %, $u^0_{1,s}=u_{1,\min}$=3000 г/т, $u^0_{2,s}=u_{2,\min}$=7,5 г/м^3, N^*_e=180, $a_{1,1}[n]$=-0,9956616120255, $b_{1,1}[n]$=0,004338387974494, $a_{2,1}[n]$=-0,9950124791927, $b_{2,1}[n]$=0,004987520807318, $a_{1,2}[n]=b_{1,2}[n]=a_{2,2}[n]=b_{2,2}[n]$=0, $d_1[n]$=400 с, $d_2[n]$=450 с, $c_0[n]$=0,323, $c_1[n]$=0,0014366485013624, $c_2[n]$=0,855582822, $c_3[n]$=-0,0000001382444, $c_4[n]$=-0,015875644548, $c_5[n]$=-0,000004764213, $\sigma_н[n]$=0,0002 %). Расчет коэффициентов уравнения (3) по МНК позволил вычислить коэффициенты в (11): свободный член – (-0,0176100354399973), при $u^2_1[n]$ – (-0,000000001173399697556O3), при $u_1[n]$ – (0,00000901508677514656). Количество значащих цифр обусловлено наиболее точным типом *Extended* языка программирования *Delphi*, который использован для исследования МСАУ. Дискриминант квадратного уравнения (11) является положительным числом (251050,323661884). Поэтому корни являются комплексными числами и полученное решение не может быть использовано для аналитического вычисления управляющего воздействия $u_1[n]$, принадлежащего полю рациональных чисел. Таким образом, при синтезе регулятора объекта (1) необходимо и достаточно использование комбинаторного предикторного алгоритма вычисления оптимальных значений управляющих воздействий, который обеспечивает получение наилучшего (в отличие от методов многомерного поиска) решения в реальном масштабе времени в рамках заданного критерия на современных высокопроизводительных промышленных контроллерах [5].

Выводы и перспектива дальнейшего развития

В статье рассмотрены этапы выбора алгоритма оптимального управления нелинейными объектами: использование метода Диофанта, аналитическое вычисление корней уравнения нелинейной модели ТП, комбинаторные предикторные алгоритмы. Для рассматриваемого класса двухканальных, нелинейных, нестационарных, стохастических объектов (1) с большим запаздыванием и диофантовым характером зависимостей на примере ТП УОФ показано: 1) использование метода Диофанта для уменьшения количества переменных является нецелесообразным в связи с квадратичным характером полученных зависимостей (не представляется возможным получить однозначную линейную зависимость двух управляющих воздействий); 2) аналитическое определение корней квадратного уравнения с одним неизвестным (второе фиксируется) приводит к комплексным числам, что вызывает необходимость использования комбинаторных предикторных алгоритмов поиска наилучшего решения. Перспективой дальнейшего развития рассмотренного в статье подхода выбора алгоритма оптимального управления нелинейными объектами представляется совокупное использование методов диофантового анализа [1,2] и теории самоорганизации А.Г.Ивахненко для синтеза оптимальных МСАУ.

Список литературы

1. Башмакова И.Г. Диофант и диофантовы уравнения. – М.: Наука, 1972. – 68с.
2. Спринджук В.Г. Классические диофантовы уравнения от двух неизвестных. – М.: Наука, 1982. – 288с.
3. Романенко В.Д., Игнатенко Б.В. Адаптивное управление технологическими процессами на базе МикроЭВМ: Учеб. пособие. – К.: Выща шк., 1990. – 334с.
4. Микропроцессорное управление многоканальными системами высокой точности / Б.И.Кузнецов, В.Е.Сергеев, В.М.Чернышев. – К.: Тэхника, 1990. – 208с.
5. Зубов Д.А. Автоматичне керування технологічними процесами вуглезбагачувальної фабрики: Монографія. – Луганськ: Вид-во Східноукр. нац. ун-ту ім.В.Даля, 2003. – 172с.
6. Пальчевський Б.О. Дослідження технологічних систем (моделювання, проектування, оптимізація): Навч. посібник. – Львів: Світ, 2001. – 232с.
7. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: Практическое руководство / Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 238с.

Зубов Дмитрий Анатолиевич, к.т.н., доц., доцент кафедры компьютеризированных систем Восточноукраинский национальный университет имени Владимира Даля (ВНУ им.В.Даля), Украина, 91034, г.Луганск, кв.Молодежный, 20а, Телефон (0642) 479261 факс (0642) 413160, dzubovua@mail.ru, dzubov@ccs.snu.edu.ua