МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

УДК 519.876.5

Д. І. Гришин, Т. М. Боровська

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ОПТИМАЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА ТА РОЗВИТКУ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ З ДЕКОМПОЗИЦІЄЮ ПЛАНОВОГО ПРОЦЕСУ РОЗВИТКУ НА ІНТЕРВАЛИ

Вінницький національний технічний університет, Вінниця

Анотація. Розглянуто проблему побудови ефективних моделей оптимального розвитку та функціонування сучасних виробничих систем, що функціонують у активному оточенні. Після аналізу аналогів було виявлено, що для виробництв класу "виробництво-розвиток", які функціонують у активному оточенні – конкурентів, посередників, постачальників та споживачів – адекватні моделі відсутні. Базовий аналог – рішення варіаційної задачі розвитку і виробництва має обмежену область адекватності – це виробництва зі статичним зовнішнім оточенням. В розглянутому нами аналозі оптимальна стратегія розвитку створюється на весь плановий період, що зазвичай становить 2-10 років. На такий довгостроковий період неможливо передбачити стан ринків продукції, фінансів, технологій. Зазначене вище обумовлює актуальність даної роботи. В даній роботі використовується узагальнена модель оптимального розвитку на базі методології оптимального агрегування. Використання методології оптимального агрегування дозволяє перейти від багатовимірної задачі нелінійного програмування до системи одновимірних задач оптимізації. Обчислювальна складність при цьому зростає лінійно, що дозволяє використати цю методологію для виробничих систем з великою кількістю та нелінійністю зв'язків між елементами. В роботі виконується модифікація базової моделі оптимального розвитку з розбиттям процесу розвитку на інтервали. На початку кожного інтервалу оптимальна стратегія розвитку коригується з урахуванням уточнення інформації про майбутній стан активного середовища: дії конкурентів, споживачів, постачальників, посередників, світових ринків. Для визначення оптимального значення та оптимального розподілу ресурсів між підсистемами на кожному інтервалі визначаються максимуми критерію – параметризованої функції ефективності системи. Наведено приклади моделювання та тестування моделей.
Ключові слова: оптимальний розвиток, виробнича система, імітаційна модель, оптимальне управління, оптимальне агрегування, декомпозиція.
Abstract. The problem of developing effective models of optimal development and functioning of modern production systems functioning in an active environment is considered. Analyzing analogues showed that there are no adequate models for "production-development" industries that operate in an active environment – competitors, intermediaries, suppliers and consumers. The basic analogue c the solution to the variation problem of development and production has a limited area of adequacy – productions with a static environment. In the basic analogue, the optimal development strategy is created for the entire planning period, which is usually 2-10 years. For such a long-term period, it is impossible to predict the state of product, finance, and technology markets. The above confirms that this work is relevant. This work uses a generalized model of optimal development based on the methodology of optimal aggregation. Using the methodology of optimal aggregation allows us to move from a multidimensional problem of nonlinear programming to a system of one-dimensional optimization problems. At the same time, the computational complexity increases linearly, which allows us to use this methodology for production systems with a large number and nonlinearity of connections between elements. The work modifies the basic model of optimal development with the division of the development process into intervals. At the beginning of each interval, the optimal development strategy is adjusted taking into account the clarification of information about the future state of the active environment: the actions of competitors, consumers, suppliers, intermediaries, world markets. To determine the optimal value and the optimal distribution of resources between subsystems, the maxima of the – criterion the parameterized function of the system efficiency – are determined at each interval. Examples of modeling and testing models are given.
Keywords: optimal development, production systems, simulation model, optimal control, optimal aggregation, decomposition.
DOI: https://doi.org/10.31649/1999-9941-2022-55-3-65-73.

Вступ

Глобалізація, швидкий темп науково-технічного прогресу та швидкий темп зміни моделей виробів, призвели до суттєвих структурних змін виробництва, як об'єкта управління [10].Сучасні виробництва в більшості є інформаційно та ресурсно інтегрованими, вони характеризуються високою розмірністю, динамічністю і суттєвою нелінійністю характеристик, а технологічні процеси мають велику кількість параметрів та змінних. Це створює нові виклики у теорії і практиці управління виробничими системами.

Класичні методи оптимізації такі, як лінійне, випукле, цілочислове програмування, не можуть використовуватись при моделюванні технологічних процесів, через недостатність апріорної інформації про закономірності протікання процесів та складні нелінійні зв’язки між змінними. Метод динамічного програмування Р. Беллмана не знімає проблему високої розмірності, оскільки виконує декомпозицію процесу «в часі», а не «в просторі». Що робить метод непридатними для оптимізації великих індустріальних систем [2]. Статистичні методи стикаються з проблемою високої динамічності виробничих систем. Вінер писав, що його статистичні моделі і методи непридатні для індустріальних систем – там «занадто короткі статистичні ряди». А Форрестер зазначав, що лінійні методи статистики є непридатними для аналізу і прогнозування процесів виробничих систем через суттєву нелінійність цих процесів. Це стало причиною вибору безпошукових методів оптимального агрегування, які знімають проблему високої розмірності, та ряд математичних обмежень на вид вхідних функцій.

Інша проблема сучасних виробничих систем, це швидкоплинність і висока активність зовнішнього оточення. В зв'язку з чим виникає необхідність розробки нового підходу, який буде враховувати зміни стану оточення, учасників ринку, технологій, фінансів, тощо.

Мета

Метою роботи є розробка ефективних моделей процесів розвитку та виробництва для сучасних інтегрованих виробничих систем, що функціонують у активному оточені, з застосування декомпозиції процесу розвитку на інтервали.

Задачі роботи – розробка параметризованого оператора переходу між інтервалами процесу розвитку; рішення задачі оптимального розвитку для структури «виробництво-розвиток» з використанням нового оператора; розробка та тестування робочих моделей в програмному пакеті Mathcad.

Об'єкт дослідження

Розглянемо предметно об'єкт дослідження. В статті розглядається інтегрована система «виробництво-розвиток». Змістовно це певне виробництво – цех, фабрика, що випускає високотехнологічну продукцію в умовах досить високих темпів змін технології і продуктів виробництва. Саме в таких умовах зручно у виробничих приміщеннях або поряд розташувати лабораторії, ділянки роботи з обладнанням, дослідні і контрольні лабораторії, власні підрозділи монтажу і запуску нового обладнання. Таку систему вигідно об'єднати організаційно і фінансово. Природно виникає задача оптимального розподілу ресурсів між підсистемами «виробництво» і «розвиток» і зменшує втрати при відмовах обладнання і покупців.

Очевидно, що підсистема «розвиток» підвищує ефективність і виробничу потужність основного виробництва в математичних моделях. Це формулюється так: результат витрат ресурсів в підсистемі розвиток – зміна (покращення) виробничої функції основного виробництва. Тобто маємо неоднорідну структуру з параметричним зв'язком.

Базовий сценарій для моделі функціонування і розвитку: на вхід працюючої системи приходить «квант ресурсу». Його треба оптимально розподілити. Альтернативи розподілу знаходяться в інтервалі «все в розвиток» – «все у виробництво». Критерії оптимальності розподілу: прирощення випуску продукції, зважена сума прирощень випуску та виробничої потужності.

На рисунку 1 поданосхема інтегрованої системи «виробництво-розвиток» [3]. На схемі зображені ресурсні та інформаційні зв'язки системи. На вхід системи подається ресурс, що може складатися з власного ресурсу (реалізація виробленого) та зовнішнього (кредити). Ресурс оптимально розподіляється між підсистемами виробництва та розвитку. Критерій оптимальності може відрізнятись в залежності від виробництва, в даній моделі критерій – максимальний випуск. Екстремальний регулятор розподіляє вхідний ресурс між виробництвом і розвитком, регулятор виробництва забезпечуєнеобхідний темп випуску, регулятор розвитку забезпечує необхіднийтемп виконання процедур розвитку.

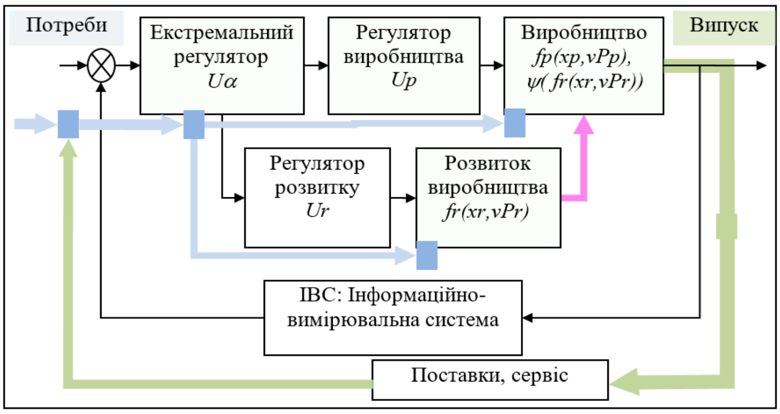


Рисунок 1 – Схема інтегрованої системи «виробництво-розвиток»

Блок «ІВС» виступає у якості зворотного зв'язка системи, відповідає за збір і обробку даних про стан системи. Блок «постачання, сервіс» (логістика) забезпечує потреби в продукції і так отримує кошти або бартер для себе, в американській практиці це називається «справедливий розподіл цінності продукту між виробником і користувачем», а «ціни, гроші, економіка і фінанси вважають головним джерелом криз) [1].

Сучасні індустріальні системи є інформаційно і ресурсно інтегрованими. Часто виконується і територіальна інтеграція в «мегазаводи», на яких інтегруються виробництво, розвиток, інновації, логістика, сервіста інші структурні одиниці для забезпечення випуску динамічної лінійки продуктів. Новіша тенденція у виробництві – подрібнення і територіальне розсіювання виробництва кінцевого продукту.

Соціальні та екологічні переваги нових технологій і виробництв – забезпечення якісними робочими місцями на малих територіальних утвореннях, екологізація виробництв. Такі структурні зміни виробничих систем вимагає зміни в методології і технології створення математичних моделей виробничих систем (ВС). Виникає потреба відображення складної інтегрованої структури виробництва у нових моделях розвитку та виробництва [3, 4].

По зазначеним причинам, в якості теоретичної основи статті була обрана методологія оптимального агрегування.

Методи дослідження

Методологія оптимального агрегування виробничих систем базується на інформаційній технології побудови «робочих моделей» – математичних моделей, реалізованих в середовищах математичних пакетів. Суть методології полягає в заміні багатовимірної задачі нелінійного програмування системою одновимірних задач оптимізації. Обчислювальна складність при цьому зростає приблизно лінійно в залежності від розмірності задачі. Однак, головною перевагою методології оптимального агрегування є рішення задач, для яких невідомі навіть постановки.

Конкретизуємо використану термінологію:

- метод оптимального агрегування – відображення структури виробництва та його ресурсних зв'язків в структуру бінарного дерева оптимального агрегування (БДОА);

- бінарний оператор оптимального агрегування– відображення зв'язку між парою елементів виробничої системи;

- бінарне дерево оптимального агрегування– це ресурсна структура виробничої системи представлена у вигляді бінарного дерева, яке потім агрегується в оптимально еквівалентну функцію виробництва (ОЕФВ).

Авторамибуло запропоновано оператори для різних видів ресурсних структур [8]– паралельної, послідовної, структури з ресурсним зворотнім зв'язком, структури «виробництво, розвиток» та ін.

Створення оператора – це не тривіальна задача, що має певні загальні правила розробки оператора, та потребує кваліфікації в області проектування робочих моделей. Методи оптимального агрегування являються комплексами задач і для осмислення потребують цілісного сприйняття. Згідно правилам моделювання, спочатку розробляється математична модель, потім створюється «алгоритм» дляцієї моделі, потім цей алгоритм виконується в певному програмному оточенні (платформі), після чого модель перевіряється на адекватність і власне проводиться моделювання. Сучасні засобимоделюванняпоєднують ці кроки – робоча модель розробляється одразу в програмному оточенні, в вигляді інтерфейсів, графіків, інтерактивних стендів, тощо.

На рисунку 2 подано приклад рішення задачі методом оптимального агрегування. Ліворуч подано порядок кроків рішення задачі. Праворуч – графічне представлення рішення задачі оптимального агрегування для системи з трьох елементів. Подано: формулу (бінарне дерево оптимального агрегування), результат обчислення за цією формулою – матриця відповідної структури і розмірності, оптимальна еквівалентна функція виробництва системи (ОЕФВ) та її складові – функції виробництва (ФВ) підсистем, та графіки оптимального розподілу ресурсу між цими підсистемами.

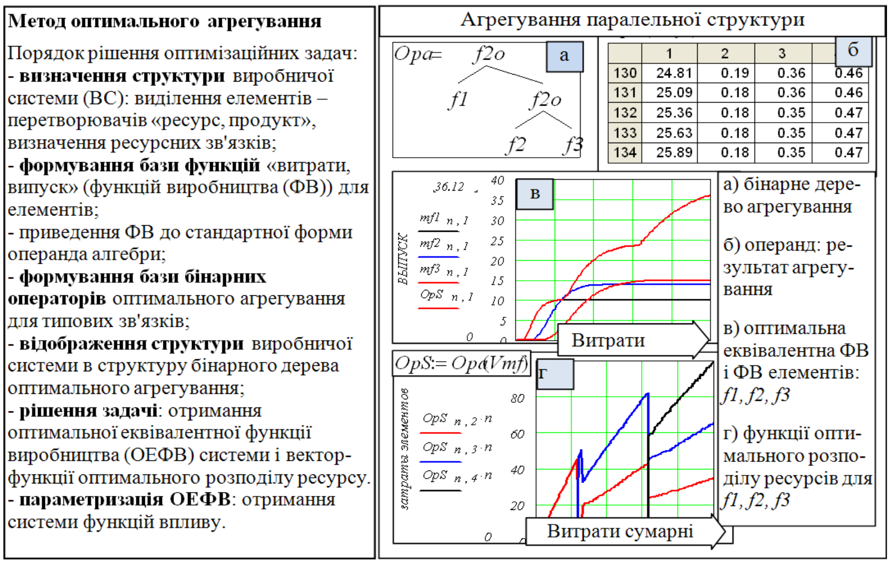


Рисунок 2 – Зразок рішення задачі методом оптимального агрегування

Аналіз прототипу

Проаналізуємо предметно базовий аналог – рішення задачі оптимального управління процесами виробництва та розвитку методом оптимального агрегування. Дана задача розв'язувалась в рамках попередніх досліджень авторів.

На рисунку 3 представлені структура і задачі базового аналога [8] – задачі оптимального розвитку. Першоджерелом базового аналогу є рішення варіаційної «задачі розподілу» Р. Беллманом [2], який досліджував цю задачу суто аналітичними методами, дав рішення в загальному виді для одновимірної задачі, двовимірної і шлях рішення для задач довільної розмірності. Однак обчислювальна складність рішень зростала комбінаторно із зростанням розмірності системи [9]. Р. Беллман сформулював головну задачу своїх досліджень як заміну задачі пошуку точки в багатовимірному просторі системою задач пошуку точки в фазових просторах меншої розмірності, бажано – одновимірних. В подальших дослідження Р. Беллман перейшов до дискретних динамічних моделей, запропонував концепцію динамічного програмування для рішення багатовимірних задач оптимізації.

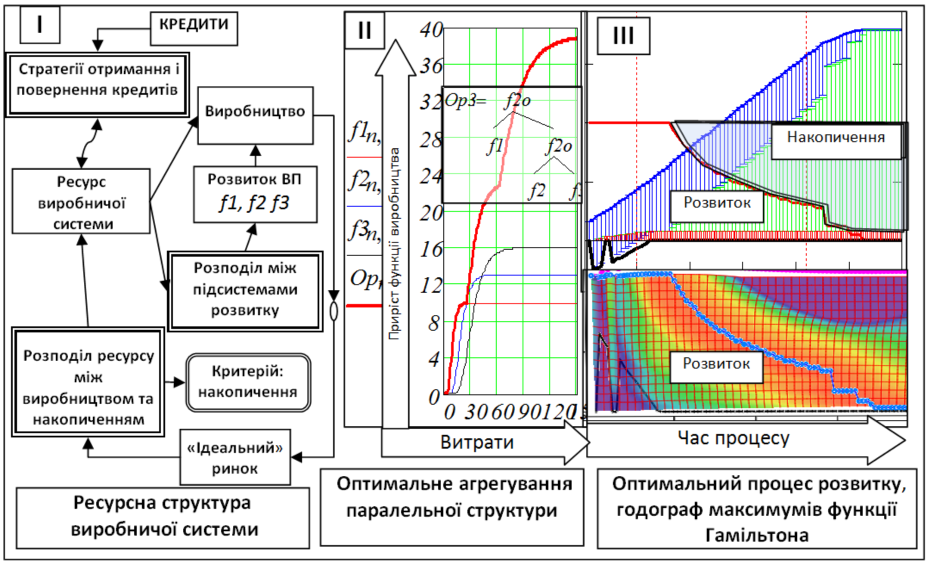


Рисунок 3 – Базовий аналог: ресурсна структура, оптимальне агрегування, оптимальна стратегія розвитку[8]

На рисунку 3 згруповано три компоненти аналогу, – три кроки рішення задачі розвитку на базі методів оптимального агрегування:

– формалізація і перевірка раціональності ресурсної структури виробництва;
– оптимальне агрегування, отримання оптимальних еквівалентних функцій виробництва і розвитку;
– рішення варіаційної задачі оптимального розвитку для еквівалентного одновимірного об'єкту.

Подивимось на частину I: ресурсна структура не елементарна; в частині II все очевидне – формула в структурному вигляді і графіки для складових формули: три функції виробництва замінені оптимальної еквівалентною функцією. Частина III – це вже динаміка, бачимо поточні значення сумарного виробництва і його розподіл: в розвиток, накопичення і повернення кредитів. В нижній частині – тривимірний графік функції Гамільтона, на якій подано годограф її максимумів. Цей годограф і є оптимальним розподілом ресурсу між розвитком і накопиченням. Це також приклад рішення варіаційної задачі розвитку методом принципу максимуму Понтрягіна [6].

Висновки з аналізу базового аналогу. Вибрана тема досліджень і розробки завжди була і залишається актуальною. Високі технології виробництва і глобалізація суттєво змінили властивості виробничих систем, від авіа індустрії до агровиробництва. Наявне наукове забезпечення виробництва не використовує в повній мірі переваги сучасних ІОС, ІУС, які, в свою чергу все далі відходять від сучасних методів моделювання і оптимізації при рішенні задач аналізу і синтезу виробничих систем.

Область адекватності моделі-аналога – виробництва зі статичним зовнішнім оточенням. На схемі це відображено у блоці «ідеальний ринок». В аналозі оптимальна стратегія розвитку створюється на весь плановий період (2-10 років). На такий період неможливо передбачити стан ринків продукції, фінансів, технологій. Тому виникає необхідність декомпозиції процесу розвитку на інтервали та корекції стратегії розвитку на початку кожного інтервалу. Для такої задачі прямих аналогів знайдено не було.

Постановка задачі оптимального агрегування з декомпозицією процесу розвитку на інтервали

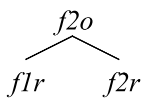
Виробнича система (ВС) випускає декілька продуктів при необмежених потребах. Для кожного продукту відома функція розвитку (ФР) – залежність «витрати - приріст виробничих потужностей». Необмежені потреби існують на протязі «ринкового вікна», відповідно якому задається «плановий період» *Tp*. Ставиться мета так розподіляти поточні ресурси ВС між «накопиченням» та інвестиціями в розвиток виробництв продуктів, щоб максимізувати інтегральний критерій «сумарне накопичення».

Використаємо теорію оптимального агрегування, основне положення якої – можливість еквівалентної заміни виробничої системи оптимальним еквівалентним елементом з виробничою функцією. Рішенням задачі оптимального процесу розвитку і виробництва буде функція залежності оптимального розподілу ресурсу між виробництвом та розвитком від часу. Іншими словами це годограф максимумів поверхні Гамільтона.

Розглянемо оператор «функція Гамільтона». Носій – множина функцій $H(x(t))$, що складаються з спряжених функцій, які є результатом рішення системи нелінійних диференціальних рівнянь. Для реалістичних задач спряжені функції визначаються числовими методами в математичних пакетах.

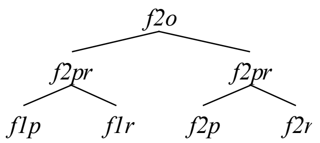
$$Hka(x,\alpha,u) = xs\cdot(1-\alpha) + \left(\sum_{j=1}^{N} fin(xs\cdot\alpha\cdot u_j)_j\right)\cdot(Tp-t) + zp(t)\cdot[1+pr(Tp-t)] \quad (1)$$

$$Hka(x,\alpha) = xs\cdot(1-\alpha) + fin(xs\cdot\alpha)\cdot(Tp-t) - zp(t)\cdot[1+pr(Tp-t)] \quad (2)$$

$fin(xs\cdot\alpha) =$  (3)

Запишемо Гамільтоніан для оптимального агрегування елементів класу "виробництво-розвиток".

$$Hka(x,\alpha) = xs\cdot(1-\alpha) + Fr(xs\cdot\alpha)\cdot(Tp-t) - zp(t)\cdot[1+pr(Tp-t)] \quad (4)$$

$Fr(xs\cdot\alpha) =$  (5)

де $fin(xs\cdot\alpha)$ – функція розвитку (ФР), що показує залежність прирощення параметрів функції виробництва від витрат, $xs(t)$– сумарний обсяг ресурсу виробничої системи, α(t) – коефіцієнт розподілу ресурсів між підсистемами, тобто змінна управління, $zp(t)$ – функція що відображає використання зовнішніх ресурсів, *Tp* – «плановий період», *pr* – «вартість» зовнішніх ресурсів.

Таким чином, після багатьох складностей, ми отримали функцію Гамільтона як функцію двох аргументів – стану процесу та пропорції розподілу ресурсу між підсистемами розвитку та накопичення.

Таким чином, ми підходимо до аналогічної, як і при оптимальному агрегуванні, структури: годограф максимумів на множині альфа-функцій. Одна проекція – залежність максимуму функції Гамільтона від часу $\max H(x(t))$, інша проекція – оптимальна стратегія розвитку – залежність оптимальної пропорції від часу $op(x(t))$. Множина операцій – оператор переходу між станами.

При моделюванні процесу розвитку, поточна функція Гамільтона визначається рівнянням вигляду:

$$Hka(x_k,u_k) = x_k\cdot(1-u_k) + fin(x_k\cdot u_k)\cdot(Tp-t) - ex(t)\cdot[1+pr(Tp-t)] \quad (6)$$

Пропонується визначити оператор переходу між «станами функції Гамільтона»:

$$H^{\langle k\rangle} = MH\left(H^{\langle k-1\rangle}\right), H\left(x_k,u_k\right) = fH\left(x_{k-1},u_{k-1}\right) \quad (7)$$

Це відкрита задача, для якої отримані рішення для простих моделей розвитку, але відсутні теоретичні дослідження. Саме в дослідженні і реалізації (7) полягає центральна задача даної статті.

На рисунку 4 подано схему нової, узагальненої моделі оптимального функціонування і розвитку. Ця схема виконана для тестової системи з чотирьох елементів. В класичних методах проблема розмірності має таку закономірність: задача для системи з одного елементу – елементарна, для системи з двох елементів - легка, для системи з трьох і більше елементів – важка або можливо розв’язується штучними нейромережами. В методології оптимального агрегування обчислювальні витрати залежить лінійно від розмірності системи і не створюються нові інтелектуальні проблеми [7]. Тому, якщо система з чотирьох елементів працездатна, то і система з 4000 елементів буде працездатною. Новизна і відсутність прямих аналогів обумовлюють необхідність вести розробку формалізованої (твердження, теореми, властивості) математичної моделі в комплексі з програмним модулем – тестовою робочою моделлю.

Схема на рисунку 4 складається з п’яти блоків:

1) структура системи;
2) оптимально агрегована система;
3) оптимальне агрегування інтервалу;
4) декомпозиція процесу розвитку;
5) оптимальне агрегування розвитку.

В даній статі розглядається задача декомпозиції процесу розвитку. Розробка оператора переходу між інтервалами процесу розвитку є новою розробкою на базі попередніх розробок авторів – рішення задачі розвитку методом оптимального агрегування.

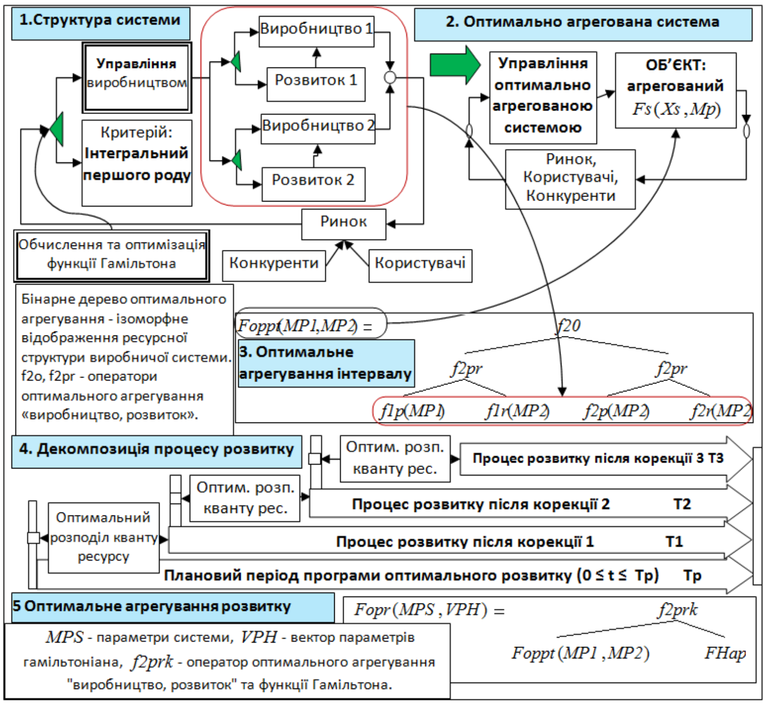


Рисунок 4 – Структура комплексу задач розробки. Нове рішення проблеми [8]

Проаналізуємо зв’язки між блоками: на базі аналізу структури системи отримуються всі функції виробництва і розвитку, виконується оптимальне агрегування параметризоване (блок 3). Результат оптимального агрегування – функція сумарного ресурсу і параметрів $Fs(Xs, Mp)$, яка використовується в блоці 2, який дозволяє оперувати з виробничою системою як з цілісним еквівалентним оптимальним об’єктом з ресурсним зворотним зв’язком «ринком».

Блоки 1, 2, 3 створюють необхідні дані для блоку 4 – «декомпозиція процесу розвитку», який є пунктом новизни даної статті. Функції цього блоку обумовлені тим, що оптимальна стратегія розвитку розраховується на певний «плановий період» *Tp* тривалістю 2-10 років в середньому. На такий період не можна точно передбачити стан технологій, ринків продукції і фінансів. Тому плановий період розбивається на інтервали. Оптимальна стратегія розраховується від початку чергового інтервалу до моменту *Tp*, з урахуванням уточнених прогнозів.

Останній блок – альтернатива функції Гамільтона. Функція Гамільтона – залежність прирощення інтегрального критерію розвитку від розподілу поточного ресурсу між витратами розвиток і прирощення накопичення. В даному випадку поточні ресурси розподіляються спочатку між розвитком і виробництвом (блок 3), а потім розподілом між цим результатом і накопиченням.

Таким чином, визначено п`ять задач, рішення, які необхідно для розробки узагальненої моделі оптимального розвитку. Задача декомпозиції процесу розвитку являється центральною частиною даної статті і являється новим науковим результатом. Інші етапи рішення задачі розглядалися авторами у попередніх роботах [7, 8].

Розробка параметризованого оператора переходу між інтервалами розвитку

На рисунку 5 представлена деталізація завдання розробки параметризованого оператора переходу між інтервалами процесу розвитку. У верхній частині рисунку 5 – структура процесу оптимального функціонування і розвитку виробничої системи (ВС). У початковий момент, на базі початкового стану виробничої системи обчислюється оптимальна стратегія розвитку для «планового періоду» (0, *Tn*), далі після закінчення деякого інтервалу ΔT обчислюється оптимальна стратегія для періоду (ΔT, *Tn*), з урахуванням реального поточного стану ВС, оточення і уточнених прогнозів на майбутнє. Управління на поточному інтервалі формується як деяка автономна задача, для якої задаються «квант ресурсу» ΔXsn, початковий стан ВС і початкові значення параметрів підсистем для виконання оптимального агрегування «виробництво, розвиток» [5, 7]. Результат оптимального агрегування дає початкові дані для наступного інтервалу. Задане стратегічне управління і відпрацювання «квантів ресурсу» реалізуються на рівні оперативного управління. В рамках класичних методів стійке і якісне управління істотно нелінійної нестаціонарної стохастичною системою в загальному вигляді – майже нерозв'язна задача.

Однак. оптимальне агрегування дозволяє розподілити управління виробничою системою між елементами бінарного дерева оптимального агрегування. У нижній частині рисунку 4 представлений приклад моделі динаміки складної системи. Показаний вектор стану *smt* і оператор переходу між станами *Ypur* – програмний модуль структура якого узгоджена зі структурою стану. Такі моделі розроблені для динамічних систем класів «СМО», «оптимальний розвиток», «ринок лінійки продуктів», «управління запасами» [8].

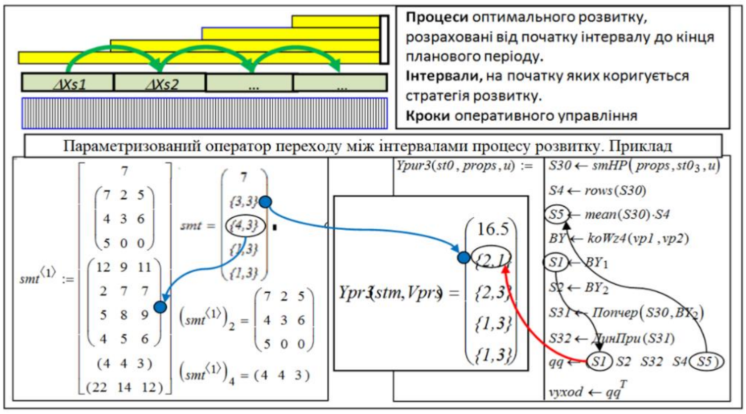


Рисунок 5 – Розробка параметризованого оператора переходу між інтервалами процесу розвитку [8]

Тестування оператора «перехід між інтервалами процесу розвитку»

На рисунку 6 подано тестування елементів динаміки оптимально агрегованих систем.

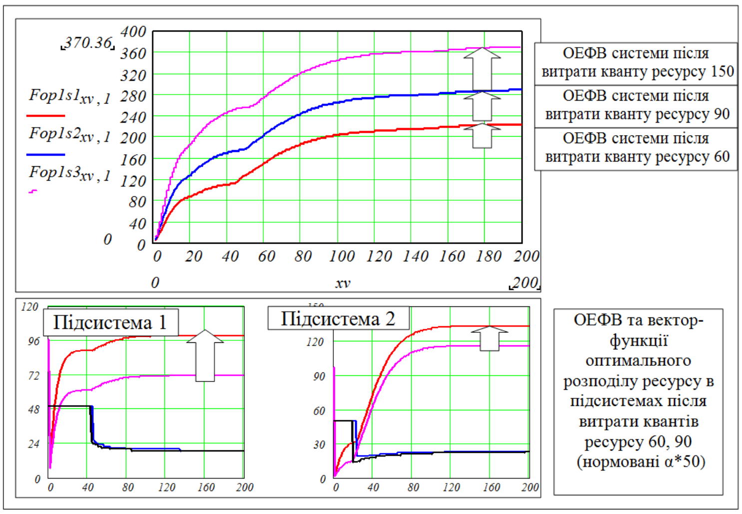


Рисунок 6 – Тестування нового оператора «перехід між інтервалами процесу розвитку. Тестування

В верхній частині подано зміну ОЕФВ тестової системи з чотирьох елементів. Після відпрацювання трьох інтервалів, для яких верхній рівень стратегічного управління виділяв послідовно 60, 90, 150 одиниць (нормованих) ресурсу. Бачимо зростання ефективності ОЕФВ.

В нижній частині тестування підсистем: для підсистеми 1 – 90 одиниць ресурсу, для підсистеми 2– 60 одиниць. Це тестування синтаксичної коректності системи і підсистем. Бачимо: в підсистему 1 неефективно вкладати більше 40 одиниць ресурсу, а для підсистеми 2 більше 70 одиниць. Розроблено працездатний «інструмент», придатний для проведення досліджень реальних систем на віртуальній реальності.

Тестовий приклад підтверджує коректність функціонування складної для формалізації ресурсно-інформаційного ланцюга з параметричними зв’язками: витрати на підсистему «розвиток» змінюють параметри функції «витрати, випуск» підсистеми «виробництво», витрати в підсистему «виробництво» створюють матеріальний продукт. Розроблена модель не враховує інформаційні зворотні зв’язки: «виробництво» – джерело ідей і задач для «розвитку». Модель на базі методології оптимального агрегування відкрита для такого напрямку вдосконалень.

Висновки

В даній роботі розглядалася проблема побудови ефективних моделей оптимального розвитку та функціонування сучасних виробничих систем, що функціонують у активному оточенні. Проведено аналізстанусучасних виробничихсистем та встановлено, що сучасні виробництва є переважно інтегрованими, та мають велику кількість ресурсних та інформаційних зв'язків. Для моделювання було обрано інтегровану структуру «виробництво-розвиток», як найбільш типову структуру сучасного виробництва.

Виконано обґрунтування вибору методології оптимального агрегування. Метод оптимального агрегування знімає проблему великої розмірності об'єкту, оскільки дозволяє розбити багатовимірну задачу на послідовність одновимірних задач оптимізації.

Було проведено аналіз моделі базового прототипу та встановлено, що модель являється адекватною лише для статичного середовища. Запропоновано підхід декомпозиції процесу розвитку на інтервали, та корекції стратегії розвитку на початку кожного інтервалу.

Виконана розробка оператора переходу між інтервалами процесу розвитку та вирішена задача оптимального розвитку для структури «виробництво-розвиток» з використанням нового оператора. У результаті рішення отримали набір інтерактивних робочих моделей.

Актуальність у теоретичному плані – ефективна модель для рішення задачі розвитку виробничих систем у активному оточенні; у практичному – розроблено інструмент для тестування реальних виробничих систем у програмному середовищі.

Список літератури

[1] E. Jantsch, *Technological forecasting in perspective*. Paris: Organization for Economic Co-operation and Development, 1967.

[2] Р. Беллман, Р. Калаба, *Динамическое программирование и современная теория управления*. М.: Наука, 1969.

[3] Т. М. Боровська, *Математичні моделі функціонування і розвитку виробничих систем на базі методології оптимального агрегування*. Вінниця, Україна: ВНТУ, 2018.

[4] Т. М. Боровська, Д. І. Гришин, І. С. Колесник, В. А. Северілов, "Розробка моделей і методів оптимального управління системами проектів на базі методів оптимального агрегування", *Вісник Вінницького політехнічного інституту*, №1(148), с. 61-76. 2020.

[5] T. Borovska “Optimal aggregation of production systems with parametric connections”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, vol. 4, no. 11(70), pp. 9-19. 2014.

[6] N. Tauchnitz, “The Pontryagin maximum principle for nonlinear optimal control problems with infinite horizon”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, no.167(1), pp. 27-48. 2015.

[7] Т. Н. Боровская, И. С. Колесник, В. А. Северилов, И. В. Шульган “Оптимальное агрегирование интегрированных систем "производство-развитие"”, *Інформаційні технології та комп’ютерна інженерія*, № 2(30), с. 18-28. 2014.

[8] T. M. Borovska, I. V. Vernigora, D. I. Grishin, V. A. Severilov, W. Wójcik, and M. Kalimoldayev, “Generalized model of optimal development of the production system based on optimal aggregation methodology”, *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2019*. 2019.

[9] C. Taylor. “Dynamic programming and the curses of dimensionality”, *Applications of dynamic programming to agricultural decision problems*. CRC Press, pp 1-10. 2019.

[10] T. W. Leggatt, *The evolution of Industrial Systems*. London: Croom Helm, 1985.

Стаття надійшла: 20.09.2022.

References

[1] E. Jantsch, *Technological forecasting in perspective*. Paris: Organization for Economic Co-operation and Development, 1967.

[2] R. Bellman, *Dynamic programming and modern control theory*. M.: Nauka, 1969 [in Russian].
[3] T. Borovska, *Mathematical models of the functioning and development of production systems based on the methodology of optimal aggregation*. Vinnitsya, Ukraine: VNTU, 2018 [in Ukrainian].
[4] T. Borovska, D. Hryshyn, I. Kolesnik, V. Severilov, “Development of models and methods of optimal management of project systems based on optimal aggregation methods”, *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*, no. 1(148), 61-76. 2020 [in Ukrainian].
[5] T. Borovska, “Optimal aggregation of production systems with parametric connections”, *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 4(11(70)), pp 9-19. 2014. doi: 10.15587/1729-4061.2014.26306.
[6] N. Tauchnitz, “The Pontryagin maximum principle for nonlinear optimal control problems with infinite horizon”, *Journal of Optimization Theory and Applications*, no. 167(1), pp. 27-48. 2015.
[7] T. Borovska, I. Kolesnik, V. Severilov, I. Shulhan, “Optimal aggregation of integrated systems "production-development"”, *Informatsiini tekhnolohii ta kompiuterna inzheneriia*, no. 2(30), pp. 18-28. 2014 [in Ukrainian].
[8] T. M. Borovska, I. V. Vernigora, D. I. Grishin, V. A. Severilov, W. Wójcik, & M. Kalimoldayev, “Generalized model of optimal development of the production system based on optimal aggregation methodology”, *Photonics Applications in Astronomy, Communications, Industry, and High-Energy Physics Experiments 2019*. 2019.
[9] C. Taylor. “Dynamic programming and the curses of dimensionality”, *Applications of dynamic programming to agricultural decision problems*. CRC Press, pp 1-10. 2019.
[10] T. W. Leggatt, *The evolution of Industrial Systems*. London: Croom Helm, 1985.

Відомості про авторів

Гришин Дмитро Ігорович – аспірант групи 126-19а, кафедра комп’ютерних систем управління.

Боровська Таїса Миколаївна − доктор технічних наук, професор, професор кафедри комп’ютерних систем управління.

D. I. Hryshyn, T. M. Borovska

ELABORATION AND RESEARCH OF A MODEL OF OPTIMAL PRODUCTION AND DEVELOPMENT OF INDUSTRIAL SYSTEMS WITH DECOMPOSITION OF THE DEVELOPMENT PROCESS TO THE INTERVALS

Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia